

# 非相干非线性光学理论方法及其进展\*

梁毅 张心正 王振华 吴强 许京军<sup>†</sup>

(南开大学物理学院 泰达应用物理学院 弱光非线性光子学教育部重点实验室 天津 300457)

**摘要** 文章主要综述了非相干非线性光学的几种理论方法,包括互相干函数法、相干密度法、自洽模理论、Wigner 转换法、近似射线光学法和热动力学法等.其中,着重阐述了近期发展起来的理论方法——热动力学法,并对其原理进行了概括.对这几种理论方法的理解和探讨对非相干非线性光学效应的研究具有重要的指导意义,有利于非相干非线性光学理论的进一步发展和完善.

**关键词** 非线性光学,非相干,综述,理论方法,热动力学法

## Theoretical approaches to incoherent nonlinear optics and their progress

LIANG Yi ZHANG Xin-Zheng WANG Zhen-Hua WU Qiang XU Jing-Jun<sup>†</sup>

(The Key Laboratory of Weak Light Nonlinear Photonics, Ministry of Education, School of Physical, and TEDA Applied Physics School, Nankai University, Tianjin 300457, China)

**Abstract** This review introduces several theoretical approaches to incoherent nonlinear optics, including the methods employing the mutual coherence function, coherent density, self-consistent multimode theory, Wigner's transform, ray-optics, and thermokinetics. We shall focus on the recently developed thermokinetic approach. A comprehensive understanding of these theoretical methods will be valuable in our studies of incoherent nonlinear effects, and also helpful for the development and improvement of the theories of incoherent nonlinear optics.

**Keywords** nonlinear optics, incoherence, review, theoretical approach, thermokinetic approach

### 1 引言

非线性光学是一门研究光和物质相互作用时由非线性效应引起的各种新现象的学科.早期研究的是强光非线性效应,它要求入射光电场具有可与原子内部束缚电场( $3 \times 10^8$  V/cm)相比拟的数量级.自1960年激光发明以来,出现了大量非线性现象.激光技术对于非线性光学发展的促进作用以及两者之间的密切联系,使得人们形成了只有激光才能激发介质光学非线性的传统认识.

直到1996年, Mitchell 和 Segev<sup>[1]</sup>等人发现部分非相干亮空间光孤子的存在,证明了非相干光也

存在着非线性效应,才打破了激光在非线性光学研究中的垄断地位,从而为非线性光学开创了一个全新的研究领域——非相干非线性光学.随后,人们发现了大量的非相干光的非线性现象,如非相干光场的调制不稳定性<sup>[2-5]</sup>、非相干暗空间光孤子<sup>[6,7]</sup>、非相干光图案的形成<sup>[8]</sup>、周期晶格中的非相干光孤子<sup>[9,10]</sup>等.除了这些非瞬时的非相干非线性现象外,近年来,在瞬时响应非线性介质中,非相干光的传播行为和物理机制也受到了科研人员的关注<sup>[11-21]</sup>.

\* 国家重点基础研究发展计划(批准号:2007CB307002, 2010CB934101, 2010CB933801)资助项目  
2011-07-01 收到

<sup>†</sup> 通讯联系人. Email: jjxu@nankai.edu.cn

伴随着这些非线性现象的发现,人们发展了以下几种非相干非线性光学的理论方法,包括互相干函数法<sup>[22,23]</sup>、相干密度法<sup>[24]</sup>、自洽模理论<sup>[25]</sup>、Wigner 转换法<sup>[26]</sup>、近似射线光学法<sup>[27]</sup>和热动力学法<sup>[28]</sup>。值得注意的是,这几种非相干非线性理论方法的适用条件并不一致,由探究非相干非线性问题的物理性质决定。而理解和探讨这几种理论方法对非相干非线性光学效应的研究具有重要的指导意义,有利于进一步发展和完善非相干非线性光学理论。因此,本文将对非相干非线性光学的几种理论方法进行综述,并重点阐述近期发展的一种理论方法——热动力学法。

## 2 非相干非线性光学的理论方法

### 2.1 互相干函数法<sup>[22,23,29-32]</sup>

互相干函数法在非相干非线性光学上的应用,最早是由 Pasmanik 于 1974 年提出的,并在 1998 年被 Shkunov 等人用来描述非相干光在非线性介质中传播演化等问题。

设相干光场用  $\Psi(\mathbf{r}, z, t)$  表示,而相干光的传播行为可以直接用波动方程来描述,所以,在傍轴近似和振幅慢变化近似下,光场满足非线性薛定谔方程<sup>[33]</sup>:

$$i\partial_z \Psi + \alpha \nabla_T^2 \Psi + \beta \partial_u \Psi + k_0 \Delta n(I) \Psi = 0 \quad (1)$$

式中  $\alpha = \frac{1}{2k_0}$  是衍射系数,  $\beta = -\frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} |_{\omega=\omega_0}$  反映群速度色散,  $\nabla_T^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$  表示二维横向空间导数,  $\Delta n(I)$  表示非线性效应引起的折射率变化。又已知互相干函数可以具有如下形式:

$$J_{12}(\mathbf{r}_1, z, t_1; \mathbf{r}_2, z, t_2) = \langle \Psi^*(\mathbf{r}_1, z, t_1) \Psi(\mathbf{r}_2, z, t_2) \rangle \quad (2)$$

物理学中感兴趣的大部分是稳态的情况,而且从纯空间中的光传播演化出发,很容易扩展到时空的传播演化上。由此可以给出空间非相干互相干函数的传输方程为

$$i \frac{\partial J_{12}}{\partial z} + \alpha (\nabla_{T_1}^2 - \nabla_{T_2}^2) J_{12} + k_0 [\Delta n(I_1) - \Delta n(I_2)] J_{12} = 0 \quad (3)$$

互相干函数法是针对非相干光的各个成分相位无序变化且彼此互不相干的特点发展起来的。它具有统计的概念,可以准确地描述非相干光在非瞬时非线性介质中的传播演化,可以给出非相干光场截面上任意两点之间的相干程度,并由此可以用非相

干光的复相干因子  $\mu_{12} = J_{12} / \sqrt{J_{11} J_{22}}$  来描述光场的相干度。

值得注意的是,尽管上述方程满足任意非线性  $\Delta n(I)$ ,但它针对的是非瞬时响应介质中非相干光传播的行为,并且只可以在某些情况下得到比较准确的部分非相干光(空间非相干光)的互相干函数的解析解。它的应用范围比较窄,可用来解释饱和对数型非线性孤子的存在<sup>[29]</sup>。

### 2.2 相干密度法<sup>[24,30-32]</sup>

1997 年,Christodoulides 等人首次用相干密度法解释非相干孤子的传播问题,从而引发相干密度法在非相干非线性光学上的应用。

在非瞬时响应非线性介质中,将非相干光看成是很多互不相干的相干分量(彼此的相干时间很短)的集合。引入相干密度函数  $f$ ,并用  $f d^2 \theta$  表示在  $(\theta, \theta + d\theta)$  角间隔内的相干分量。此外,各相干成分的初始相对权重由光源的角功率谱  $G(\theta)$  描述。每个相干分量以相干光的形式进行传播,观察到的总光强是非相干光各相干分量的光强叠加。这时,每个相干分量满足如下方程:

$$i \left( \frac{\partial f}{\partial z} + \theta \cdot \nabla_T f \right) + \alpha \nabla_T^2 f + k_0 \Delta n(I) f = 0 \quad (4)$$

其中  $\Delta n(I)$  中的光强  $I$  满足

$$I = \int |f(x, y, z, \theta)|^2 d^2 \theta$$

$$(\theta = \theta_x \hat{x} + \theta_y \hat{y}, \theta_x = k_x/k, \theta_y = k_y/k) \quad .$$

于是,非相干光的互相干函数可以表述成

$$J_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \int d^2 \theta f_1 f_2^* \exp[ik\theta \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)] \quad (5)$$

式中  $f_j = f(\mathbf{r}_j, z, \theta)$ ,  $\mathbf{r}_j = x_j \hat{x} + y_j \hat{y}$ , ( $j=1,2$ )。上述光强公式和互相干函数法可以看作是 Van Cittert-Zernike 定理的推广和修正。

相干密度函数方程一般需要数值求解,并且入射面相干密度函数形式  $f(x, y, z=0) = \sqrt{G_N(\theta)m(x,y)}$  ( $G_N(\theta)$  表示归一化的角功率谱,  $m(x,y)$  表示光场轮廓)作为方程的初始条件存在,而角功率谱可由光源的初始互相干函数  $J_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z=0)$  的傅里叶变换形式给出。如我们假定角功率谱和光场轮廓具有高斯型,则在入射面处光强轮廓也为高斯型。值得注意的是,尽管上述方程满足任意非线性  $\Delta n(I)$ ,但是与互相干函数法一样,只在某些情况下可以得到比较准确的部分非相干光(空间)的解析解,例如饱和对数型非线性。

相干密度法一般用来研究非相干光的动态演化和孤子之间的相互作用以及调制不稳定性(modulation instability, 简称MI). 下面简单介绍相干密度法在非相干光的调制不稳定性研究中的应用<sup>[2,34,35]</sup>.

如果有一束宽光束入射到非线性介质中,且其功率  $k$  谱为洛伦兹分布谱,则调制不稳定性增益函数  $g$  可以表示成如下形式:

$$g = -\theta_0 |\alpha_1| + |\alpha_1| \sqrt{\kappa I_0/n_0 - (\alpha_1/2k)^2} \quad (6)$$

式中角功率谱的特征宽度为  $\theta_0 = \frac{k_{\perp 0}}{k}$  ( $k_{\perp 0}$  是光束功率  $k$  谱  $\bar{J}_0(k_{\perp})$  的特征宽度),可以用来表征入射光束非相干性的大小, $\alpha_1$  是噪声带来的扰动参数, $\kappa$  是非线性系数(可以表示成  $\kappa = \gamma/[1 + I(r)/I_{\text{sat}}]$ ,  $\delta n(r) = \kappa I(r)$ ),  $I_{\text{sat}}$  表示饱和光强. 要使非相干光调制不稳定性出现,即  $g > 0$ ,那么由(6)式可以得到调制不稳定性产生的阈值条件为  $\kappa I_0/n_0 > \theta_0^2$ . 对这个条件进行转换,可以变为

$$\frac{\gamma I_0}{1 + I_0/I_{\text{sat}}} = \delta n > n_0 \theta_0^2 \quad (7)$$

值得注意的是,随着入射光功率  $k$  谱的不同,非相干光的调制不稳定性也不一样,不同功率谱的阈值条件可由下式推出:

$$1 = -\frac{\kappa k^2}{n_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_{\perp}}{k_{\perp}} \frac{d\bar{J}_0}{k_{\perp}} \quad (8)$$

例如高斯功率谱的阈值条件为  $2\kappa I_0/n_0 = \theta_0^2$ . 因此,利用由相干密度法得出的阈值公式,可以分析调制不稳定的性质.

### 2.3 自洽模理论<sup>[25,30-32,36,37]</sup>

1997年, Mitchell等人用模式波导来解释非相干光自陷的行为,导致非相干光自洽模理论的产生.

相干密度法可以描述非相干光的动态演化性质,而自洽模理论则用来描述非相干光的静态性质. 自洽模理论的基本思路<sup>[32]</sup>是:非相干光入射到非线性介质中引起折射率  $\Delta n(I)$  的重新分布,由  $\Delta n(I)$  构成的自感应波导有  $N$  个导向模. 如果在这  $N$  个导向模中,有  $m$  个与构成非相干光的一组模  $u_m$  相一致,则该非相干光束便可以由它感应的波导导向. 现具体介绍如下:

光场可表示为

$$\Psi(\mathbf{r}, z, t) = U(\mathbf{r}, z, t) \exp(ikz - i\omega t) \quad (9)$$

由于非相干光是多模结构,光场可以表示成一组正交模  $u_m(\mathbf{r}, z)$  的叠加:

$$U(\mathbf{r}, z, t) = \sum_m c_m(t) u_m(\mathbf{r}, z) \quad (10)$$

式中  $c_m(t)$  是第  $m$  个模的相对权重. 对于非相干光  $c_m(t)$  是复无序变量,即它的振幅和幅角在特征涨落时间内发生无序的改变. 而且有  $\langle c_m c_n^* \rangle = \lambda_m \delta_{mn}$ , 即不同模之间的统计关联为 0,  $\lambda_m$  是第  $m$  个模的权重.

在慢振幅变化和傍轴近似条件下,由(1)式得出每个模的非线性薛定谔方程如下:

$$i\partial_z u_m + \alpha \nabla_T^2 u_m + k_0 \Delta n(I) u_m = 0 \quad (11)$$

式中  $I = \sum_m \lambda_m |u_m|^2$ . 同时也可以由(2)式、(9)式和(10)式得到互相干函数为

$$J_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \sum_m \lambda_m u_m(\mathbf{r}_1, z) u_m^*(\mathbf{r}_2, z) \quad (12)$$

由非线性薛定谔方程可以求解出模函数  $u_m(\mathbf{r}, z)$ . 如图 1 所示,非相干光强度  $I, \Delta n(I)$ , 导模组成了一个自洽环:先确定非相干光强度  $I$ ,由  $I$  给出非线性介质的感应指数  $\Delta n(I)$ ,而  $\Delta n(I)$  引起的自感应波导对应有一组分立的导模. 如果这组导模中有  $m$  个导模和构成非相干光的多模  $\{u_m(\mathbf{r}, z)\}$  相一致,这就说明非相干光可以被其感应的波导所自导.

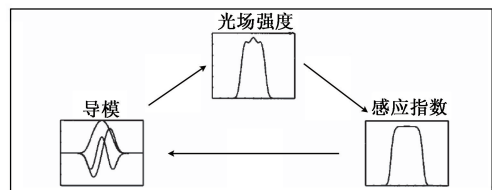


图 1 自洽模理论的自洽环<sup>[32]</sup>

为了完成自洽环,还需要适当选择模权重因子  $\lambda_m$ ,因为它直接影响光强轮廓,从而影响  $\Delta n(I)$  的分布. 原则上通过给出  $J_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z=0)$ , 就可以求出  $u_m(\mathbf{r}, z)$ .

入射函数  $u_m(\mathbf{r}, z)$  如何激发非相干孤子模仍属于待研究的问题,但值得注意的是,只有在饱和对称非线性中才能求出具有准确分析解的自洽模,而且要求自洽模之间互不相干,整个光束的总光强是各个模的光强叠加. 特别是在传播过程中,模之间的正交性保持不变,因此自洽模理论一般用来研究孤子的静态性质及其模式存在的范围,下面就用自洽模理论来解释非相干光的亮孤子和暗孤子及其相干性质<sup>[30-32]</sup>.

根据自洽模理论,非相干光亮空间孤子是局域波包,中间只有多个束缚模(导向模),没有辐射模(非束缚态)参与自陷. 亮孤子在中心区域的强度最大,在无穷远处的总强度为零. 由此,在非相干光亮空间孤子中,其中央部分的相干长度最短. 在亮孤子的边缘,导向模减少. 在亮孤子的最远处只存在最高阶的导向模,相干长度无穷大,光束完全变成相

干光.

非相干光暗空间孤子除了有束缚模存在外,在暗迹中心还存在奇辐射模和偶辐射模(以不同的空间分布方式相互叠加),奇辐射模因具有较大振幅而占支配地位.因此,在暗迹内及其附近,相干长度依赖于空间位置,到了边缘处发生急剧的变化.而远离暗迹处由于只有辐射模存在,奇辐射模和偶辐射模相加为常数,相干长度保持不变,不再依赖于空间位置.

### 2.4 Wigner 转换法<sup>[26,30,38]</sup>

2002年, Hall等人首次利用 Wigner 转换法解释非相干光在非线性介质中的波动力学过程,简化了非相干光在非线性介质中的传播问题的分析难度.

Wigner 转换法源于量子统计力学,最开始应用于弱混乱等离子体和非稳定相对等离子体中,后来在电荷粒子束和玻色-爱因斯坦凝聚中也有应用.下面简单介绍其在非相干光中的应用.

Wigner 转换的定义是:

$$\rho(\mathbf{p}, \mathbf{r}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \Psi^*(\mathbf{r} + \mathbf{s}/2, z) \Psi(\mathbf{r} - \mathbf{s}/2, z) \rangle \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{s}) d^2\mathbf{s} \quad (13)$$

其中  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1/2 + \mathbf{r}_2/2$ ,  $\mathbf{s} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ . 由此我们由非线性薛定谔方程可以得到 Wigner- Moyal 方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + 2\alpha \mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} \rho + 2k_0 \Delta n(I) \sin\left(\frac{1}{2} \overleftarrow{\nabla}_{\mathbf{r}} \cdot \overrightarrow{\nabla}_{\mathbf{p}}\right) \rho = 0 \quad (14)$$

在几何光学近似下,即假设  $\Delta \mathbf{p} \cdot \Delta \mathbf{s} \gg 2\pi (\Delta \mathbf{p}$  表示 Wigner 分布函数的谱宽,  $\Delta \mathbf{r}$  表示响应介质的横向宽度),可以得到 Vlasov-like 方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} + 2\alpha \mathbf{p} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} \rho + k_0 \nabla_{\mathbf{r}} (\Delta n(I)) \cdot \nabla_{\mathbf{p}} \rho = 0 \quad (15)$$

由 Wigner 转换定义可以得到互相干函数是 Wigner 函数的傅里叶变换形式,即有

$$J_{12}(\mathbf{s}, \mathbf{r}, z) = J_{12}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathbf{p}, \mathbf{s}, z) \exp(-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{s}) d^2\mathbf{p} \quad (16)$$

Wigner 转换法主要优点在于求解时不存在复数形式的问题,并能拓展到时域上的非相干光传播问题.而且由 Wigner 转换法可以解释非相干光调制不稳定性.非相干光场调制不稳定性<sup>[25,38]</sup>可以表示为

$$g = i \frac{\alpha_1}{k} \sqrt{\frac{2\kappa I_0}{\alpha \alpha_1^2} - 1} - i \frac{p_0 \alpha_1}{k} \quad (17)$$

与相干密度法得到的(6)式类似,其中  $p_0$  是非相干

光场的 Wigner 谱的谱宽.正是这个谱宽造成非相干光场中存在一个类朗道阻尼效应,该效应使得非相干光 Wigner 谱的各部分相互作用,引起谱的重新分布,这种再分布抑制了非相干光场的调制不稳定性.

### 2.5 近似射线光学法<sup>[27]</sup>

1998年, Snyder等人首次采用传统的几何方法解释非相干光孤子,从而导致近似射线法的产生.

近似射线光学法也叫几何光学法,适用于任何非线性条件.它指出:一个扩展非相干光源发出的光束在空域中自然展宽是因为扩散发光,而不是衍射.即非相干光束的横截面宽度很大,以致于可以忽略衍射的作用,而光束的加宽来自于光束的非相干性.

在横向平面上,考虑一个半径为  $\rho$  的扩展非相干面光源,辐射光强为  $I(\mathbf{r})$ ,光源上每个位置辐射的角度从  $\theta$  到  $\theta_{\max}$ .光束在非线性介质中传播时,介质的折射率分布满足以下关系:在  $r < \rho$  时,  $n = n(I)$ ;在  $r > \rho$  时,  $n = n(0) = n_0$ ,  $\theta_{\max} = \theta_c(I) = \cos^{-1}\{n_0/n(I)\}$ (把在介质中传播的光束上的每个位置当作次波源,其辐射的光线必须分布在横截面内),从而自陷成感应波导,导向非相干光束.

为了方便,假设这个分布我们用  $D(\mathbf{r}, \theta)$  表示,根据斯涅耳(Snell)定律,在  $z$  方向上的传播不变量可以表示为  $\beta = n(\mathbf{r}) \cos \theta$ ,则有

$$I(\mathbf{r}) = 2\pi \int_0^{\theta_c(\mathbf{r})} D(\mathbf{r}, \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\pi}{n(\mathbf{r})} \int_{n_0}^{n(\mathbf{r})} D(\beta) d\beta \quad (18)$$

式中  $D(\beta) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{\partial(I n)}{\partial n} \right\}$ .不同的  $\theta$  体现了任意截面大小的非相干孤子可以在任意非线性介质中传播.值得注意的是,分布函数  $D(\mathbf{r}, \theta)$  体现了光束非相干性的大小,在辐射角度  $\theta > \theta_c$  时,  $D = 0$ ,这时非相干性为 0.

几何光学法由于忽略了衍射等很多研究信息,适用范围较小,一般用来描述大直径非相干光束形成的孤子.

### 2.6 热动力学法<sup>[28,39]</sup>

2005年左右,热动力学法被 Picozzi等人应用于解释光波凝聚的产生,并从此开始,热动力学法被当作新的理论方法应用到非相干非线性光学中.

热动力学法源于气体动力学的熵增  $H$  理论,与弱混沌理论有关,其原理如图 2 所示.在非线性介质中,非相干光场的各个波分量向不同方向的传播(见



图 2(b))就像经典粒子进行不同方向的热运动(见图 2(a))一样,会发生相互碰撞作用,并最终不可逆地演化到一个热力学平衡状态.同时类似于玻色-爱因斯坦凝聚过程,非相干光场会凝聚成一个相干结构——均匀的单色平面波,但该平面波并不是纯平面波,而是带有大量小的扰动.这时对于一个孤立的非相干光场系统来说,整个系统的熵达到最大值.

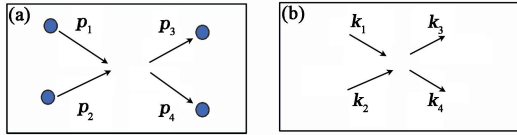


图 2 热力学法原理图<sup>[28]</sup>

热力学法成立的前提是在非相干光场中波之间的相互作用和非相干光场的相位没有联系,即满足随机相位近似.随机相位近似即非相干光场满足均匀统计分布:  $\langle \tilde{\Psi}(\mathbf{p}_1, \omega_1, z) \tilde{\Psi}^*(\mathbf{p}_2, \omega_2, z) \rangle = \rho_{\mathbf{p}_1, \omega_1}(z) \delta_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2} \delta_{\omega_1 - \omega_2}$ , 其中  $\rho_{\mathbf{p}_1, \omega_1}(z)$  是 Wigner 转换函数,  $\tilde{\Psi}(\mathbf{p}, \omega, z) = \int \Psi(\mathbf{r}, t, z) \exp(-i\omega t - i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) dt d\mathbf{r}$ , 则光场的时空演化方程为

$$\frac{\partial \rho_{\mathbf{p}_1, \omega_1}}{\partial z} = \text{Coll}[\mathbf{p}_1, \omega_1], \quad (19)$$

式中  $\text{Coll}[\mathbf{p}_1, \omega_1]$  为碰撞项.

根据熵增  $H$  理论,熵的表达式为

$$S(z) = V \int \log[\rho_{\mathbf{p}, \omega}(z)] d\mathbf{p} d\omega, \quad (20)$$

$V$  表示系统的“体积”,在这里是指光束的特征截面与光脉冲时间的乘积.我们知道  $dS/dz \geq 0$ , 当熵最大时,光场达到热平衡,其光场分布为

$$\rho_{\mathbf{p}, \omega}^{\text{eq}} = \frac{T}{K(\mathbf{p}, \omega) - \mu}, \quad K = \alpha p^2 + \beta \omega^2. \quad (21)$$

这意味着碰撞项  $\frac{\partial \rho_{\mathbf{p}_1, \omega_1}}{\partial z} = \text{Coll}[\mathbf{p}_1, \omega_1] = 0$ , 上式中  $T$  和  $\mu$  类似于热力学中的温度和化学势.需要注意的是,色散系数  $\beta$  影响整个光场的分布<sup>[28]</sup>, 当  $\beta < 0$  时,光场处于正常色散区域,由 X 形状的时空交叉相干性描述.我们关注的是光场热平衡时的平面波解对于其附带的扰动是调制稳定的情况,这只有在  $\beta > 0$ , 光场处在反常色散区域时才能实现,要使得  $\rho_{\mathbf{p}, \omega}^{\text{eq}} > 0$ , 则  $T \geq 0, \mu \leq 0$ . 这个时候满足瑞利-金斯-洛仑兹分布,  $T$  和  $\mu$  由光场中的线性能量  $H_1$  (波扰动总能量,  $H_{\text{tot}} = H_1 + H_{\text{nl}}$ ) 和总光强  $I$  决定.由此可以得到光场的相干长度  $l_c$  和相干时间  $\tau_c$ :

$$l_c \propto \frac{\alpha}{|\mu|}, \quad \tau_c \propto \frac{\beta}{|\mu|}, \quad (22)$$

而线性能量  $H_1$  和总光强  $I(z)$  分别可以表示为

$$H_1 = V \int K(\mathbf{p}, \omega) \rho_{\mathbf{p}, \omega}(z) d\mathbf{p} d\omega, \quad I(z) = V \int \rho_{\mathbf{p}, \omega}(z) d\mathbf{p} d\omega, \quad (23)$$

把(21)式代入(20)和(23)式,可以得到非相干光场的熵(见图 3(b))、线性能量  $H_1$ (见图 3(c))和非线性能量  $H_{\text{nl}}$ (见图 3(d))随传播距离  $z$  变化的关系:随着传播距离  $z$  的增加,在总能量  $H$  守恒情况下,非相干光的线性能量  $H_1$  增加,直到熵  $S$  达到最大(光场处于热平衡)时才保持不变,对应的非线性能量  $H_{\text{nl}}$  达到最小值.这种情况可以用携带有大量小扰动的单色平面波来描述,这也意味着非相干光孤子的出现,因为只有孤子的非线性能量是最小的.另外,热平衡时系统的光强密度保持不变,这要求  $\mu$  变为 0<sup>[28]</sup>, 这时由(22)式就可得到系统的相干长度和相干时间为无穷大.

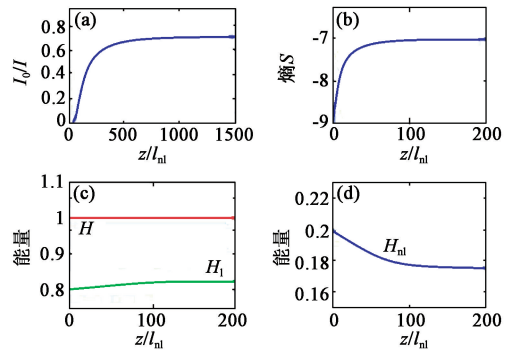


图 3 非相干光场的热平衡演化过程<sup>[28]</sup>(a) 光场凝聚程度随传播距离的变化;(b) 熵随传播距离的变化;(c)、(d) 分别为热平衡过程中线性能量和非线性能量随传播距离的变化(图中横坐标  $z$  的单位为非线性相干长度  $l_{\text{nl}}$ )

根据玻色-爱因斯坦凝聚理论,在热力学限制条件下( $V \rightarrow \infty, I \rightarrow \infty$ ), 当  $\mu = 0$  时, 一个三维系统中的非相干光场会经历一个凝聚过程,并最终凝聚成一个带大量小扰动的单色平面波( $\mathbf{p} = 0$ ), 其凝聚程度为

$$\frac{I_0}{I} = 1 - H_1/H_{1,c} = 1 - T/T_c, \quad (24)$$

其中  $T \leq T_c, T = 3\alpha\beta^{1/2} H_1/4\pi V p_0^3, T_c$  是截止温度,  $T_c = 3\alpha\beta^{1/2} H_{1,c}/4\pi V p_0^3, p_0$  是非相干光场的 Wigner 谱的谱宽,  $H_{1,c} = I p_0^2/3$ . 把上面得到的线性能量  $H_1$  和总光强  $I$  代入(24)式, 就能得到非相干光场凝聚程度随传播距离  $z$  变化的关系(见图 3(a)), 可以看出, 随着传播距离的增加, 非相干光场凝聚的程度越

来越大,并最终在热平衡(熵最大)时保持不变。

热动力学法能很好地解释孤子的出现,并很形象地把非相干光场经过长期演化后的状态描述出来。从上面的描述中会发现热动力学法还存着很多条件限制,特别在数学描述上,例如要求反常色散和随机相位近似。而且对于非相干光波之间相互作用产生的相位关联效应<sup>[15]</sup>及由此而产生的熵减的结果,热动力学法还没有给出很好的解释,这个问题有待进一步研究。但不可否认,热动力学法提供了一个新的更合适的途径来研究非相干非线性光学。

### 3 结束语

在本文介绍的非相干非线性理论方法中,前4种理论方法是等效的<sup>[40,41]</sup>,比较适合用来解释非瞬时响应介质中的非相干光传播,但是只能在一些较少的非线性情况得到好的解析解,如介质是饱和对数型非线性的情况。热动力学法则尝试把4种非相干非线性光学理论统一起来,并拓展到任意介质中。而通过本文的介绍,我们发现,热动力学法和前4种理论的联系尚未建立起来,其本身还存在着很多问题,例如不能解释相位关联效应引起的熵减现象,不能很好地分析非相干光调制不稳定性等问题。最近有科学家尝试用热动力学法解释调制不稳定性<sup>[42]</sup>,其研究结果可以作为我们下一步理论研究的出发点。此外,针对白光的非相干非线性光学,有另外一套和相干密度法近似的理论——相对谱密度法,感兴趣的读者可以参考文献<sup>[43,44]</sup>。

值得注意的是,目前的非相干非线性光学理论中的问题,大多是用经典的波动光学理论来解释,在量子光学理论和实验方面的研究还很少。最近的一个非相干光子非线性实验涉及该方面的内容<sup>[45]</sup>,这也为热力学法中熵减的解释提供了方向(在非线性介质中,非相干光光子之间存在着相互作用,热动力学法不满足随机相位近似)。

尽管非相干非线性光学理论目前还存在着很多需要完善之处,但不可否认的是,非相干非线性光学正在蓬勃发展,它必将会给科学家们探讨和研究非相干光等弱关联体系带来新的契机。

### 参考文献

- [1] Mitchell M, Chen Z, Shih M F *et al.* Phys. Rev. Lett., 1996, 77:490
- [2] Soljacic M, Segev M, Coskun T *et al.* Phys. Rev. Lett., 2000, 84:467
- [3] Kip D, Soljacic M, Segev M *et al.* Science, 2000, 290:495
- [4] Anastassiou C, Soljacic M, Segev M *et al.* Phys. Rev. Lett., 2000, 85:4888
- [5] Sears S M, Soljacic M, Christodoulides D N *et al.* Phys. Rev. E, 2002, 65:036620
- [6] Christodoulides D N, Coskun T H, Mitchell M *et al.* Phys. Rev. Lett., 1998, 80:5113
- [7] Chen Z, Mitchell M, Segev M *et al.* Science, 1998, 280:889
- [8] Buljan H, Soljacic M, Carmon T *et al.* Phys. Rev. E, 2003, 68:016616
- [9] Buljan H, Cohen O, Fleischer J W *et al.* Phys. Rev. Lett., 2004, 92:223901
- [10] Cohen O, Bartal G, Buljan H *et al.* Nature, 2005, 433:500
- [11] Picozzi A, Haelterman M. Phys. Rev. Lett., 2001, 86:2010
- [12] Picozzi A, Haelterman M, Pitois S *et al.* Phys. Rev. Lett., 2004, 92:143906
- [13] Picozzi A, Haelterman M. Phys. Rev. Lett., 2004, 92:103901
- [14] Sauter A, Pitois S, Millot G *et al.* Opt. Lett., 2005, 30:2143
- [15] Connaughton C, Jossierand C, Picozzi A *et al.* Phys. Rev. Lett., 2005, 95:263901
- [16] Picozzi A. Phys. Rev. Lett., 2006, 96:013905
- [17] Pitois S, Lagrange S, Jauslin H R *et al.* Phys. Rev. Lett., 2006, 97:033902
- [18] Cohen O, Buljan H, Schwartz T *et al.* Phys. Rev. E, 2006, 73:015601
- [19] Lagrange S, Jauslin H R, Picozzi A. Europhys. Lett., 2007, 79:64001
- [20] Barviau B, Kibler B, Coen S. Opt. Lett., 2008, 33:2833
- [21] Barviau B, Kibler B, Picozzi A *et al.* Opt. Exp., 2009, 17:7392
- [22] Pasmanik G A. Sov. Phys. JETP, 1974, 39:234
- [23] Shkunov V V, Anderson D. Phys. Rev. Lett., 1998, 81:2683
- [24] Christodoulides D N, Coskun T H, Mitchell M *et al.* Phys. Rev. Lett., 1997, 78:646
- [25] Mitchell M, Segev M, Coskun T. Phys. Rev. Lett., 1997, 79:4990
- [26] Hall B, Lisak M, Anderson D *et al.* Phys. Rev. E, 2002, 65:035602
- [27] Snyder A W, Mitchell D J. Phys. Rev. Lett., 1998, 80:1422
- [28] Picozzi A. Opt. Exp., 2007, 15:9063
- [29] Królikowski W, Edmundson D, Bang O. Phys. Rev. E, 2000, 61:3122
- [30] Kivshar Y S, Agrawal G P. Optical Solitons; From Fibers to Photonic Crystals. Boston: Acad. Press, 2003, 447
- [31] Trillo S, Torruellas W. Spatial Solitons. Berlin: Springer, 2001, 87
- [32] 刘思敏, 郭儒, 许京军. 光折变非线性光学及其应用. 北京: 科学出版社, 2004. 160 [Liu S M, Guo R, Xu J J. Photorefractive Nonlinear Optics and Its Applications. Beijing: Science Press, 2004, 160 (in Chinese)]
- [33] Boyd R W. Nonlinear Optics. Boston: Acad. Press, 2003, 539
- [34] Kip D, Soljacic M, Segev M *et al.* J. Opt. Soc. Am. B, 2002, 19:502

- [35] Chen Z, Klinger J, Demetrios N *et al.* Phys. Rev. E, 2002, 66: 066601
- [36] Christodoulides D N, Coskun T H, Mitchell M *et al.* Phys. Rev. Lett. , 1998, 80: 2310
- [37] Coskun T H, Christodoulides D N, Mitchell M *et al.* Opt. Lett. , 1998, 23: 418
- [38] Lisak M, Hall B D, Anderso D *et al.* Phys. Scr. , 2002, T98: 12
- [39] Picozzi A, Barviau B, Kibler B *et al.* Eur. Phys. J. Special Topics, 2009, 173: 313
- [40] Christodoulides D N, Eugenieva E D, Coskun T H *et al.* Phys. Rev. E, 2001, 63: 035601
- [41] Lisak M, Helczynski L, Anderson D. Opt. Commun. . 2003, 220: 321
- [42] Garnier J, Antonio P. Phys. Rev. A, 2010, 81: 033831
- [43] Mitchell M, Segev M. Nature, 1997, 387: 880
- [44] Buljan H, Šiber A, Soljačić M. Phys. Rev. E, 2002, 66: 035601
- [45] Bromberg Y, Lahini Y, Small E *et al.* Nature Photonics, 2010, 4: 721