

金融市场的宏观建模和微观建模^{*}

——从金融海啸与市场风险谈起

周炜星[†]

(华东理工大学商学院 金融物理研究中心 上海 200237)

摘要 金融市场是一个复杂系统,高风险大波动危象频仍,而传统经济金融理论对此无能为力. 文章从复杂性科学视角出发,通过市场宏观建模,描绘出当前金融海啸一幅泡沫演化和湮灭的图像. 文章进一步论述了一个基于市场微观模型的计算实验金融学框架,认为金融学应当重建唯象学框架,并指出金融物理学在经济学科学革命中的重要性.

关键词 金融物理学, 金融海啸, 复杂性科学, 市场建模

Macro and microscopic modeling of financial markets ——sailing from financial tsunami and market risks

ZHOU Wei-Xing[†]

(School of Business and Research Center for Econophysics, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract Financial markets are complex systems, where crises of large fluctuations with high risks take place more than often. However, classical economics is unable to handle these situations. From a complexity science perspective, we present a picture of the evolution and burst of financial bubbles for the current financial tsunami based on the macroscopic modeling of financial markets. We further introduce a framework of computational experimental finance based on the microscopic modeling of markets. We argue that finance should be rebuilt resorting to a phenomenology framework, and econophysics will play a crucial role in this scientific revolution of economics.

Keywords econophysics, financial tsunami, complexity science, market modeling

1 引言

肇始于美国次贷危机的金融危机正如海啸般席卷全球,被认为是1929年美国股灾后近百年来最严重的金融危机. 全球各国政府联手出击,纷纷出台各种政策,以避免金融海啸演变成严重的全球经济危机,而虚拟经济危机已经对实体经济产生了严重的影响.

当前的金融经济形势促使科学家重新审视主流经济金融理论. 2008年10月30日,著名金融物理学家Bouchaud在Nature杂志上撰文,指出传统经济学理论无法预见当前金融风暴的产生,因而需要在理论上进行根本性的科学革命,新的理论需要从实际数据出发来探寻市场的规律性^[1]. 2009年1月1日,经济学家Lux和Westerhoff在Nature

Physics上发表了类似的评论,并指出新的经济理论基础需要考虑异质经纪人(heterogeneous agents, agent也有译为智能体或主体的)之间的相互作用^[2]. 事实上,这些评论都蕴含了金融物理学可能引发的革命性理论意义和实践价值.

金融物理学是用统计物理、理论物理、复杂系统理论、非线性科学、应用数学等的概念、方法和理论研究金融市场通过自组织而涌现的宏观规律及其复杂性的一门新兴交叉学科^[3,4]. 简言之,金融物理学家将金融市场看作是一个复杂系统,其中的各种数

* 上海市曙光计划(批准号:2008SG29)、教育部新世纪优秀人才支持计划(批准号:NCET-07-028)资助项目

2009-05-18 收到

† Email:wxzhou@ecust.edu.cn

据(如个股价格、指数、房价等)则看作是物理实验数据,力图寻找和阐释其中的“物理”规律。

金融物理学的英文为 Econophysics,是由波士顿大学的物理学教授 H. E. Stanley 在 1995 年首先提出的,从而解决“为什么物理专业的学生可以从事金融学研究并取得物理学位”这一实际问题。从字面上看,应该翻译成经济物理学,但由于该领域的研究主要侧重于金融市场,因而翻译成金融物理学更贴切。事实上, Mantegna 和 Stanley 的名著《An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance》明确强调了研究的对象是金融系统^[3]。更严密地说,如果研究的对象是经济系统,则称为经济物理学,若研究的对象是金融市场,则称之为金融物理学。曾有学者建议用“Phynance”来指称金融物理学,也有“Physical finance”的提法,但都没有得到广泛使用。

金融物理学的主要研究内容包括 4 个方面^[4],中国科学技术大学近代物理系的汪秉宏教授等也曾给出了一个十分类似的分类^[5,6]:第一,金融市场变量(包括收益率、波动率、交易量、买卖价差等)的统计规律,特别是其中涌现的具有普适性的标度律。第二,证券的相关性、极端事件、金融风险管理、投资组合等。分形市场假说研究相关变量(特别是收益率)的长期记忆性或自相关性,认为价格演化中存在自相似结构。多重分形理论和方法也被广泛应用于金融市场时间序列的分析。第三,宏观市场的建模和预测,包括用随机过程对收益率建模,建立对数周期性幂律模型等。第四,金融市场的微观模型,包括多经纪人模型(主要包括基本面投资者和噪声交易者博弈、逾渗模型、伊辛模型、少数者博弈模型等)和订单驱动模型。通过对微观模型的模拟研究,可以深入了解金融市场的微观结构和价格形成机制。

本文从金融物理学视角出发,阐述金融海啸产生的原因,并探讨金融物理学在研究市场风险方面的一些重要进展。

2 金融海啸与市场宏观模型

此次金融海啸的演化脉络十分清楚:美国房市的高风险次级贷款通过华尔街的资产证券化后销往世界各地,房地产市场泡沫的破裂引发次贷危机,导致下游高杠杆率资产持有者的巨额亏损,风险不断放大,最终引发了全球性的金融海啸。毫无疑问,美国政府错误的房地产政策是造成此次危机的直接原

因,而华尔街过度的资产证券化运作则为危机的放大和传播推波助澜。也有很多人认为,人性的贪婪是导致此次危机的根本原因,然而,人类从来都是贪婪的,金融危机却并不总是爆发。从金融物理学的视角出发,我们可以看到另一幅图景。

2.1 对数周期性幂律模型

我们认为,此次金融海啸的爆发,乃是各种金融经济泡沫相互作用和演化导致的,至少部分泡沫呈现显著的对数周期性幂律模式^[7]。对数周期性幂律(Log-periodic power-law, LPPL)模型在股市中的应用,由两个小组在 1995 年独立提出,并在牛市泡沫破裂时间和熊市反泡沫走势预测方面积累了不少成功案例^[7]。

对数周期性幂律模型是基于交易者之间的相互模仿,这些局部相互作用可形成正反馈,从而导致泡沫和反泡沫的产生,因此可用于对金融泡沫和反泡沫的建模和预测^[7]。对数周期性幂律模型可分为两大类:维尔斯拉斯族模型^[8]和朗道族模型^[9],前者可以通过重整化群方法导出,而后者则是在临界点附近的各级近似朗道展开。LPPL 模型存在两个共同特征:一是对数周期性振荡,在线性尺度下,越接近临界时间,振荡频率越快,但在对数尺度下,振荡频率为常数;二是幂律增长(泡沫)或衰减(反泡沫),或称超指数(super-exponential)增长或衰减,即价格的增长率不是常数,而是单调增大(泡沫)或减小(反泡沫)的。可以认为,LPPL 模型给出了判定泡沫和反泡沫的一种定量方法。

2.2 国外资本流入泡沫

有经济学家认为,超前消费经济和国外资金流入是美国产生金融危机的深层次原因,并逐渐孕育了美国各类金融、经济泡沫。这一过程可以追溯到数十年前,如图 1 所示。我们用二阶维尔斯拉斯 LPPL 模型对数据进行了拟合,发现资本净流入呈现对数周期性幂律行为^[10],因而是一个长期充分发展的泡沫。

20 世纪八九十年代,美国非理性繁荣表象下的股市泡沫与国外资本净流入泡沫是相辅相成的,这两者通过其他宏观经济变量连接起来,形成正反馈回路,如图 2 所示^[10]。美国国民的个人消费增加,将会导致财政赤字增大,而国外央行则产生大量盈余,从而可以加大对美国的资本流入(包括购买美国国债、投资股市等),推动股市上扬,于是美国民众感觉更加富裕,股民产生过度自信和羊群效应,进一步推高股价,并进一步扩大消费,形成一个正反馈回路。

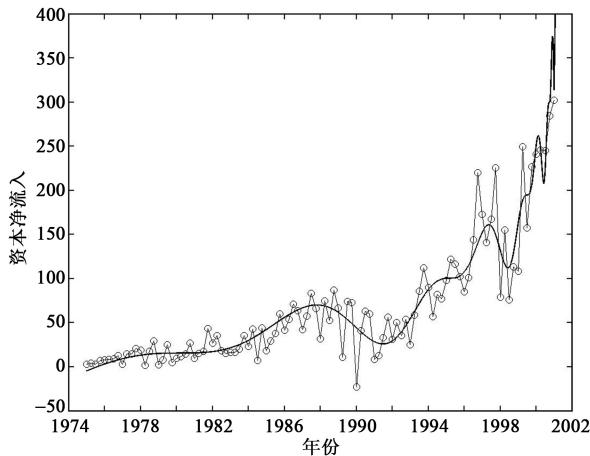


图 1 美国的国外资本净流入及其 LPPL 建模

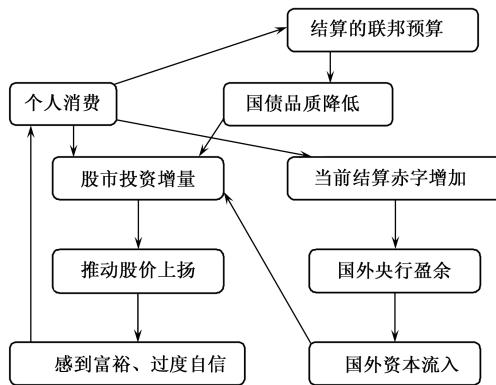


图 2 国外资本净流入与股市泡沫的反馈环

2.3 美国房地产市场泡沫

2005 年, 我们用 LPPL 模型研究了美国的房价指数, 包括美国房市的总体指数, 美国东北部、中西部、南部和西部的房价指数, 美国 50 个州及哥伦比亚特区的房价指数, 使用的是季度数据^[11]。研究发现, 其中 22 个州的房地产市场具有明显的泡沫特征, 其房价指数的价格曲线呈现明显的超指数增长模式, 这些州主要位于美国的东北部和西部。结合对 S&P 500 房屋指数的分析, 我们预测了美国房市可能在 2006 年中期崩盘或调整。

在 2005 年, 世界上的经济学家对美国房市是否存在泡沫争论不一, 包括一些很著名的经济学家都认为美国房地产市场并无泡沫^[12], 而我们的研究则给出了很明确的泡沫存在的结论, 并对可能的反转时间做出了预测。事实证明, 该预测正确性很高, 美国的股市在 2006 年中期开始反转, 在 2007 年引发了次贷危机, 最终诱发了近百年来最为严重的全球性金融危机, 使全球经济形势随之恶化。

显然, 国外资本流入美国和美国人消费的增长, 是导致房地产泡沫形成的重要推力, 而泡沫的破灭

则是该复杂系统内生动力学演化的必然结果, 因为超指数增长是不可持续的。

2.4 原油价格泡沫

石油是工业的血液, 原油价格对世界经济增长有重要影响。如图 3 所示, 原油价格从 2002 年的 20 多美元/桶上涨到 2008 年 5 月份的 120 多美元/桶。2008 年 5 月底, 我们分析了原油价格, 诊断出其存在不可持续的超指数增长行为, 因此油价在此之前的上涨是通过投机行为放大的^[13]。数据显示, 美国能源信息署(EIA)和国际能源署(IEA)给出了不同的原油供求关系, 供求市场的不确定性正是投机行为产生的根源。图 3 给出了对原油价格泡沫的 LP-PL 建模, 并正确预测了原油价格在同年 7 月份见顶。

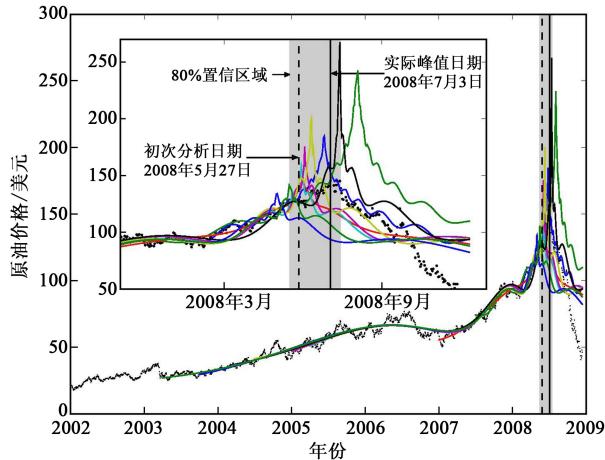


图 3 原油价格泡沫的建模和预测

2.5 泡沫形成与破灭的动力学解释

从复杂性科学角度出发, 金融经济系统可以在不同尺度上看作是一个复杂系统, 其成员之间相互作用, 可能形成正反馈回路, 从而产生各种泡沫。这些泡沫不断演化, 在没有外生刺激的情况下, 最终还是会破灭的。在时间和空间维度上看, 各种泡沫生生灭灭, 不过是复杂系统动力学演化的必然表现。从这一观点来看, 当前的金融海啸并无特殊之处。

3 计算实验金融学

上节我们讨论了对金融市场价格演化的宏观建模, 希望从金融物理学或复杂性科学的角度来审视当前的金融海啸。也有学者通过微观建模来探究崩盘产生的原因, 认为过高的杠杆率(leverage)将必然导致崩盘^[14]。这类方法属于计算实验金融学的范

畴,也是金融物理学研究的重要组成部分.

3.1 基本概念

计算实验金融运用计算机仿真技术来模拟金融市场,通过交易者的微观行为揭示市场的宏观特征,其思想基础和理论方法包括计算实验、复杂性科学、统计物理学、新金融经济学等.计算实验金融学研究是由传统经济学家率先发起的,至少可以追溯到诺贝尔奖得主 Stigler 在 1964 年发表的论文^[15],并在 1990 年后分别被金融学家、金融物理学家发扬光大,可谓殊途同归^[4].国外学者对基于经纪人的股市模型研究很多,而国内研究者相对较少^[16-18].但是,国际上文献报道的研究大多侧重于模型构建和对程式化特征的验证^[4],而国内学者对仿真模型在金融工程中的应用研究并不落后于国际学界^[19],提出了不少原创性的思想,包括股市预测、资产定价、政策建议等方面.天津大学张维教授指出:“虽然目前能够替代 CAPM 地位的新模型仍未发现,但是计算实验方法开辟了新的途径,为金融学注入了新活力,资产定价的一片崭新天地将出现在我们面前”.在当前的金融经济形势促进下,加强对计算实验金融学的研究,或许可以形成中国学派,领先国际水平.

3.2 股市微观模型建模

基于经纪人的微观模型的基本元素是经纪人,市场运行规则既可以是经纪人的局部相互作用,也可以是全局影响因素,或者是二者的耦合^[4,20].几类主要模型包括基本面交易者和噪声交易者博弈模型^[21]、逾渗模型^[22]、自旋模型^[23]、少数者博弈模型^[24]等.这几类模型的价格形成由买卖不平衡量决定,因而在一定程度上可以看作是针对报价驱动市场设计的,并且有很大部分模型假设了交易者的某些行为规则(如交易者之间的局部模仿),虽有其合理性,却失之简化,有些甚至没有实证结果支持.

我国股市属于订单驱动市场,采用连续双向拍卖交易机制,因此,从微观上看,上述模型并不适用,应该构建订单驱动模型(或称委托驱动模型或指令驱动模型).订单驱动模型是一类特殊的基于经纪人的微观模型,可与“沉积-汽化”过程类比^[25-27],交易者按照一定的规则下单(沉积)和撤单(汽化),通过自动匹配(汽化)实时更新价格.对订单驱动市场而言,市场机制通过下单和撤单这两个随机过程耦合而成,确定了下单和撤单的规律,即可构建模型模拟股票价格的演化.大部分订单驱动模型仍然采用多种无实证检验的假设,而 Mike 和 Farmer 的最新研究^[28],则是通过实证研究,确定下单和撤单的统

计规律,是订单驱动模型建模研究的重要突破.

每个限价订单(limit order)都包含买卖方向、价格和规模三个要素,而撤单则需要确定所撤销的订单.对于每个要素,需要确定其概率分布和长期记忆性.订单方向 s 表示该订单是买单($s=+1$)还是卖单($s=-1$),服从二值分布.研究表明,订单、交易和撤单的方向都具有长期记忆性,其霍斯特指数 H 在 0.7—0.8 左右^[29,30].

订单价格可用与本方最优价格(最高买价或最低卖价)的相对价格差 x 表示,其值越大,表明订单的积极程度越高.国外学者对伦敦证券交易所和巴黎证券交易所股票进行了实证研究,报道了互不相同的概率分布 $f(x)$,但在定性上都呈现幂律尾分布^[31].我们研究了在深圳证券交易所上市的 23 只股票,发现相对价格 x 的分布与伦敦证券交易所的股票差异很大^[31].鉴于我国股市采用涨跌停板机制, x 的取值大致在 -20% 和 $+20\%$ 之间,并且在 $x = \pm 10\%$ 处出现一个明显的皱褶.此外,对股票订单相对价格的降趋势分析结果显示,其霍斯特指数在 0.76 左右,具有显著的长期记忆性^[32].然而此前的模型却忽略了这一性质,因此得到的波动率没有呈现聚簇性^[28],加入这一性质后构建的模型则能成功地再现包括聚簇性在内的主要程式化规律^[32,33].

在原始模型中,所有订单的规模均设为一个单位,这就使得该模型无法研究微观结构理论中的许多重要问题,如价格影响函数、收益率幂律尾分布的成因、大宗交易的最优执行策略等.显然,订单规模同样彰显了交易者的积极程度,对市场流动性有重要影响,反过来有可能影响订单价格的设定.在订单驱动模型中考虑订单规模是十分必要的,这就需要研究影响订单规模的诸多因素.

早期的订单驱动模型假设撤单为一泊松过程,而最新的模型则考虑了影响撤单的三个因素^[28,32]:订单的实时相对距离、订单簿的买卖单不均衡量、订单簿的订单总量.我国的交易者只能看到订单簿上的有限信息,订单簿的不均衡量和总量不能作为直接的撤单影响因素,我们的前期研究也证实了这一点.因此,我们需要进一步研究影响下单和撤单决策的因素,备选的因素包括买卖价差、前期波动率、市场深度、交易频率、上次订单的积极程度等.

要构建与实际交易系统尽可能相符的订单驱动模型,至少还需要考虑两方面内容:首先,买卖订单的递交并不是均匀间隔的,相继交易的时间间隔服从幂律或超指数分布^[34];其次,很多订单驱动市场

通过集合竞价产生开盘价,这就需要对集合竞价和冷却期进行模拟.在现行研究中,初始订单簿是随机产生的,当模拟进行足够多步后,将初始的过渡时段删去,也能得到较好的近似^[28].

3.3 股市微观模型应用

订单驱动模型是计算实验金融学的一个分支,在金融工程研究中具有很高的潜在应用价值,这方面的研究鲜见有文献报道.通过对订单驱动模型的仿真,可以解决金融工程(包括风险管理与资产定价)中如下的一些重要问题:

(1) **大宗交易的最优下单策略:**订单驱动模型可用来研究大宗交易的最优策略问题.王江等人建立的数学模型,假设订单簿的形状具有某种函数形式^[35,36],但与实际订单簿形状并不一致^[37],因而数学模型给出的最优策略可能并非最优.在建立模拟市场后,我们将可以通过模拟来确定订单簿在大宗交易冲击下的恢复行为(resilience behavior),搜索大宗交易的最优下单策略.

(2) **期权定价:**在传统的资本资产定价理论中,假设收益率的分布是正态的,而实际定价则往往需要通过数值模拟来实现.借助订单驱动模型,对给定股票衍生品的定价将有很大裨益.对于欧式看涨或看跌的期权,其价值为

$$c = \max(S_T - X, 0) \exp[-r(T-t)], \quad (1a)$$

$$p = \max(X - S_T, 0) \exp[-r(T-t)]. \quad (1b)$$

我们可以通过模型模拟,生成价格路径,得到标的股票在时刻 T 时的价格 S_T ,从而得到期权价值的一个估计值.重复多次模拟,得到期权价格的均值,即为其期望的估计值.

(3) **在险价值(VaR)的估计:**在险价值 VaR 有多种估计方法,如历史模拟法、蒙特卡洛模拟法、方差-异方差法等.通过模型模拟,可以得到统计显著性更高的收益率分布.对这一问题的深入研究,可望开发出精确度更高的 VaR 估计方法.

(4) **股市微观结构理论:**通过计算实验研究市场微观结构理论中的一些重要问题,如市场有效性悖论,价格影响函数,收益率幂律尾分布与大波动的成因,部分成交订单和全部成交订单的不同行为,市场的流动性等.

(5) **股市泡沫形成机理:**在股市中存在大量泡沫,其中很大比例的金融泡沫呈现对数周期性幂律模式,微观模型可能为理解这些特征模式的形成提供线索.

(6) **极端股市波动发生时间的预测:**收益率时间

序列中数值超过某一设定阈值 Q 的事件被称为极端事件,这些极端事件之间的回复时间 τ (return interval) 的统计性质对研究股票价格大波动具有重要意义^[38].通过计算回复时间的概率密度 $P_Q(\tau)$,可以得到一个极端事件发生 x 时间后在 Δx 内发生另一极端事件的概率 $W_Q(x, \Delta x)$ ^[39]

$$W_Q(x, \Delta x) = \int_x^{x+\Delta x} P_Q(\tau) d\tau / \int_x^{\infty} P_Q(\tau) d\tau, \quad (2)$$

进一步地,如果确定了回复时间的条件概率 $p(\tau/\tau_0)$,那么,在前一回复时间为 τ_0 且上次极端事件发生 x 时间的条件下,发生下一极端事件的等待时间为^[40]

$$\tau_Q(x/\tau_0) = \int_x^{\infty} (\tau - x) P_Q(\tau/\tau_0) d\tau / \int_x^{\infty} P_Q(\tau/\tau_0) d\tau, \quad (3)$$

这些研究将对金融市场风险管理具有重要价值和指导意义.

4 结论

传统经济学的理论框架一般假设人是理性的,即经济人,而行为金融学和实验金融学的兴起则对传统理论提出了挑战,但尚未完成新框架的建立.经济人假设类似于物理学中的理想气体定律,只能解决部分实际问题.更有甚者,经济学家在某种程度上过于信赖这些理论框架,当实际观察与之相悖时,不是反思理论基础是否可靠,而是给实际现象贴上“异象(anomaly)”或“某某之谜(puzzle)”的标签.比如,大量的市场异象实际上是与市场有效性假设不相容的.弗里德曼曾经说过,经济学假设越离谱,其理论越有意义.这在物理学家看来是不可接受的.

从本质上说,物理学是一门实验科学,任何理论的提出,都必须接受实验验证.如果理论无法解释实验结果,则需要修正甚至摒弃该理论.比如,牛顿力学可以完美解释和预测日常尺度和低速物体的运动,但是对接近光速的物体行为的分析则需要用到相对论了.参照物理学研究框架,金融学研究也应该先从研究实际数据出发,得出经验规律,然后总结出基本假设,构建相应的模型,再用模型“预测”现象,将其与经验观察比较,进一步修正模型.图 4 给出了计算实验金融学的研究框架.概况地说,金融学应该是一门唯象学,而不是构建类似于数学这样的公理体系.

我们可以乐观地预期,物理学的研究框架将对构建新的经济学框架提供样板,而物理学家也将在

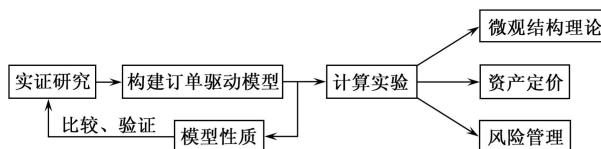


图 4 计算实验金融学的研究框架

这一领域发挥越来越大的作用。事实上,华尔街上有很多物理学博士已经对实务界产生了积极的影响,而物理学家对金融物理学的研究,则在金融理论界掀起波澜。传统经济理论并无框架可以解释市场的狂暴行为,而金融物理学家则从唯象角度出发,试图阐述市场运行机制,理解并预测市场行为。在当前全球金融海啸背景下,金融物理学将大有可为。

鉴于我国经济体系和金融体系的特殊性,对国内的金融物理学家而言,应该更关注国内的金融市场和实际金融问题,研究和发现我国金融市场的问题,并提供切实可行的建议,这将有助于形成我国金融物理学家的研究特色,并为我国的经济发展服务。由于金融系统本身的特点,物理学家在研究金融问题时不但要充分发挥自身在物理学和数学方面的理论和方法上的优势,而且还应当尽可能地了解金融系统的实际情况,了解经济学家所关心的金融问题,听取经济学家的意见,并与之紧密合作,这必然对金融物理学的发展大有裨益。

参考文献

- [1] Bouchaud J P. Nature, 2008, 455: 1181
- [2] Lux T, Westerhoff F. Nat. Phys., 2009, 5: 2
- [3] Mantegna R N, Stanley H E. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- [4] 周炜星. 金融物理学导论. 上海: 上海财经大学出版社, 2007 [Zhou W X. *A Guide to Econophysics*. Shanghai: Shanghai University of Finance and Economics, 2007 (in Chinese)]
- [5] 李平, 汪秉宏, 全宏俊. 物理, 2004, 33: 28 [Li P, Wang B H, Quan H J. *Wuli (Physics)*, 2004, 33: 28 (in Chinese)]
- [6] 李平, 汪秉宏, 全宏俊. 物理, 2004, 33: 205 [Li P, Wang B H, Quan H J. *Wuli (Physics)*, 2004, 33: 205 (in Chinese)]
- [7] Sornette D. Phys. Rep., 2003, 378: 1
- [8] Zhou W X, Sornette D. Physica A, 2003, 330: 584
- [9] Sornette D, Johansen A. Physica A, 1997, 245: 411
- [10] Sornette D, Zhou W X. Physica A, 2004, 332: 412
- [11] Zhou W X, Sornette D. Physica A, 2006, 361: 297
- [12] Shiller R J. *Economists' Voice*, 2006, 3: 3
- [13] Sornette D, Woodard R, Zhou W X. Physica A, 2009, 388: 1571
- [14] Cho A. Science, 2009, 324: 452
- [15] Stigler G J. *J. Business*, 1964, 37: 117
- [16] 张维等. 现代财经, 2003, 23: 3 [Zhang W et al. *Modern Fin. Econ.*, 2003, 23: 3 (in Chinese)]
- [17] 刘文财等. 系统工程学报, 2003, 18: 135 [Liu W C et al. *J. Sys. Eng.*, 2003, 18: 135 (in Chinese)]
- [18] Zhang W et al. Int. J. Info. Tech. & Dec. Mak., 2006, 5: 455
- [19] 张维等. 管理科学, 2008, 21: 74 [Zhang W et al. *Manag. Sci.*, 2008, 21: 74 (in Chinese)]
- [20] Johnson N F, Jefferies P, Hui P M. *Financial Market Complexity: What Physics Can Tell Us About Market Behaviour*. Oxford: Oxford University Press, 2003
- [21] Lux T, Marchesi M. Nature, 1999, 397: 498
- [22] Cont R, Bouchaud J P. *Macroecon. Dyn.*, 2000, 4: 170
- [23] Zhou W X, Sornette D. *Eur. Phys. J. B*, 2007, 55: 175
- [24] Challet D, Marsili M, Zhang Y C. *Minority Games: Interacting Agents in Financial Markets*. Oxford: Oxford University Press, 2005
- [25] Maslov S. Physica A, 2000, 278: 571
- [26] Raberto M, Cincotti S. Physica A, 2005, 355: 34
- [27] Farmer J D, Patelli P, Zovko I L. Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., 2005, 102: 2254
- [28] Mike S, Farmer J D. *J. Econ. Dyn. Control*, 2008, 32: 200
- [29] Bouchaud J P et al. *Quant. Fin.*, 2004, 4: 176
- [30] Lillo F, Farmer J D. *Stud. Nonlin. Dyn. Econometr.*, 2004, 8 (3): 1
- [31] Gu G F et al. Physica A, 2008, 387: 3173
- [32] Gu G F, Zhou W X. *EPL*, 2009, 86: 48002
- [33] Gu G F, Zhou W X. *Eur. Phys. J. B*, 2009, 67: 585
- [34] Jiang Z Q et al. Physica A, 2008, 387: 5818
- [35] Obizhaeva A, Wang J. *J. Fin. Markets*, 2009, in press, <http://ssrn.com/abstract=686168>
- [36] Alfonso A et al. Optimal execution strategies in limit order books with general shape functions, <http://arxiv.org/abs/0708.1756>
- [37] Gu G F et al. Physica A, 2008, 387: 5182
- [38] Yamasaki K et al. Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A., 2005, 102: 9424
- [39] Bogachev M I et al. Phys. Rev. Lett., 2007, 99: 240601
- [40] Bunde A et al. Phys. Rev. Lett., 2005, 94: 048701