

# 黑体辐射公式的多种推导及其在近代物理构建中的意义(X)

曹则贤<sup>†</sup>

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

物理对世界的描述，越抽象就越深刻、越丰盈。

大脑怀孕才是最艰辛的劳动。

——作者

2021-12-03收到

<sup>†</sup> email: zxcao@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20220808

(接51卷第7期)

## 20 多余的话

2020年初春，天下大疫。作者旬日足不出户，遂有充裕时间翻阅黑体辐射的原始文献。每念从来不事稼穡而能衣食无忧，作者辄油然而生愧疚。黑体辐射问题研究，乃近代物理源头之一，物理史上至为波澜壮阔之篇章。今将一些体会糅合笔记，整理成文，以飨读者，或于敝国未来物理学家之成长有所助益。作者年过五旬，注定是个无用之人，谨以此文纪念这段人类的苦难岁月，并向所有战斗在抗疫和社会保障第一线的人们致敬！以下是一些多余的话，想到哪儿说到哪儿，没有条理可言。

我一直认为了解一点儿科学史有助于学习物理。好的物理学史书，Ernst Mach写过 *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (力学：历史与批判的表述)，*Die Prinzipien der Wärmelehre* (热学原理)，*Die Prinzipien der physikalischen Optik* (物理光学史)，都是历史角度下的物理教科书巅峰之作。劳厄写过 *Geschichte der Physik* (物理学史)，洪特(Friedrich Hund, 1896—1997)写过 *Geschichte der physikalischen Begriffe* (物理学概念史)。这是我想看到的那种物理学史著作。伟大导师恩格斯(Friedrich Engels, 1820—1895)的 *Dialektik der Natur* (自然辩证法)也可算是这一类的优秀作品。专题的物理学史，以 Jagdish Mehra, Helmut Rechenberg 编著

的6卷本 *The historical development of quantum mechanics* 最为震撼，笔者写黑体辐射时想效法却是心有余而力不足。有些物理学家在其论文、讲稿中会特别在意物理学的历史视角。物理大导师玻恩(Max Born, 1882—1970)是这方面的实践者，曾曰过“My physics lecture will partake of both history and philosophy”，他的众多物理教科书当如是看。就物理学这种人类智慧的结晶而言，非一流物理学家编著的物理教科书大体说来有千害而无一利。对于大学本科以上的物理学爱好者来说，物理学应该到创造者的原始文献中去寻找，这包括论文、书籍、讲演稿和笔记(比如薛定谔的笔记)，等等。本文是我再现物理学史上一个事件、但同时又想把它打磨成一个课件的尝试。说句你不信的话，这真是一件赏心悦事。此文呈现的只是初步的结果，内中有诸多不如意处和不连贯的地方。等再得空闲，我会努力把其中缺少的细节补上。这是我当前能写出的最好水平了，别告诉我你瞧不上，我自己都瞧不上。当然，做好了又如何？再现历史又算不得什么本领，创造历史才算！

科学史上费马大定理被称为“下金蛋的鹅”。据说被问到为什么不证明费马大定理时，数学家希尔伯特回答道：“Why should I kill the goose that lays the golden egg?” 所谓的The goose that laid the golden eggs是一则伊索寓言，法国人给改成了下金蛋的鸡(La poule aux oeufs d'or)。笔者以为，黑体辐射就是物理学中会下金蛋的天鹅(A swan that lays golden eggs)，相对论性原理也是。我在想，物理学中会下金蛋的鸭子该是什么呢(What

is the duck that lays golden eggs in physics)? 作为一个普通的不好意思的物理学工作者,能得到一枚物理学金鸭蛋也该知足了。

在准备本文的过程中,我发现我学物理的逻辑链是零碎的,不成体系的,从未曾接触到实质。从前我在课堂上和著述里看到的关于黑体辐射的描述基本上都是错的。我在没有认真研究的情况下就人云而云,这是一个职业科学家不该犯的低级错误。我向被我误导了的同学们郑重道歉。我会尽快修改我的《量子力学一少年版》中关于黑体辐射问题的描述。

我的一个感慨是,学(做)科学这件事,如果不读原文,真是啥都学不到。不读研究者的原文文献,人云亦云,害死人啊!永远不要相信二手资料,管它经过谁的手!不负责任的书籍或者文章真是太多了。Laissez moi有失委婉地说,法文版的黑体辐射维基条目(corps noir-wiki)整个儿通篇胡说八道。英文版的玻色—爱因斯坦统计条目也没好到哪儿去。说玻色给学生讲,当时的黑体辐射理论不合适,理论预言的结果与实验结果不符,我的天,那时候普朗克公式都23岁了好不好?一个欲成为科学家的人,如果读这些教书匠写的书,恐将贻误终生。我们的物理教科书,跳跃得那是真轻灵啊。

在许多地方,我读到的关于黑体辐射的描述是这样的。先有黑体辐射的测量结果,维恩提个公式来拟合实验结果,和低频部分符合,瑞利—金斯公式则拟合了低频部分,在高频部分发散,哎呀,这是紫外灾难啊。发生灾难了,乖乖,可了不得了。到了1900年,普朗克出场了,(用插值法)调和了维恩分布和瑞利—金斯公式,基于辐射能量量子化的假设。这是个革命啊(乖乖,更了不得了),从此开启了量子力学的时代。黑体辐射呢?往后就没事儿了。好像黑体辐射研究历史上就那四个人的事儿似的。希望在这篇文章之后大家能记住,Stefan—Boltzman定律以及维恩位移定律出现在实验曲线之前,1898年才有实验数据来精确验证Stefan—Boltzmann定律,努力拟合曲线和推导该曲线表达式的有很多人。至于所谓的紫外灾难的说法则出现在1911年,远在普朗克

公式之后,而且是无足轻重的一件小事儿。普朗克谱分布公式的出现,与其说是研究黑体辐射规律的结束,毋宁说是开始——研究普朗克公式为什么正确以及从哪儿能导出它来给人类带来了大量的近代物理内容。这些内容我到现在才知道一点儿它们之间的关系。我特别想知道那些大学门门考满分的同学是怎么学的,他们不困惑吗?

黑体辐射研究是对热力学的拓展,是从热力学走向统计热力学的桥梁。就笔者自身而言,对黑体辐射文献的研读深化了对热力学的理解。{这句话是白开水。任何肤浅的存在都容易被深化}。黑体辐射研究的目标是平衡态下热辐射的谱分布。1900以前,研究的对象是平衡态;自1900年底普朗克的公式出来以后,研究的对象是达到平衡态的过程,辐射场和其它对象(虚拟的振子,具体的气体分子、电子)通过相互作用达到平衡的过程。走向平衡态的可能正确路径决定了平衡态的样子,让人们从对接近平衡态的过程的动力学研究中获得对平衡态的描述;反过来,这个平衡态不依赖达到它的具体路径,这减少了模型选择的困难。根据热力学,闭合体系趋于热平衡即是玻尔兹曼熵趋于极大的过程。故而黑体辐射研究的主角是熵。不言熵,何以言平衡!因此,数学形式上这表现为在保持能量 $E$ (或者用 $U$ 表示)不变的情况下熵如何最大的问题,因此它是一个能量 $E$ 如何分割(partition)的问题,而partition问题是此前几何学和数论早已充分研究过的小问题。这样,为了得到平衡态时谱分布的数学形式,从满足 $\partial^2 S/\partial U^2 < 0$ 的一个表达式出发就行,这样的函数 $S = S(U)$ 有最大值。这样就能理解为什么,对单个频率 $\nu$ ,普朗克的尝试 $\partial^2 S/\partial U_\nu^2 = -\frac{k}{U_\nu(h\nu + U_\nu)}$ 能得到正确的谱分布了。接下来,细致一点也更显物理一点的,是确定能量的partition方式,为此能量被量子化且被认为是全同的,来自一定数量的振子,求partition方案的Komplexionszahl,其最大者即为平衡态——这是此前玻尔兹曼下的定义。此时的分布函数就是要求的谱分布公式。Bingo!

基于上述内容,笔者的热力学知识得到了深化。热力学的卡诺过程导出两个方程。第一个方

程,  $Q_1 - Q_2 = W$ , 这是所谓的能量守恒, 好理解, 在先。第二个方程为  $Q_1/T_1 - Q_2/T_2 = 0$ , 这是克劳修斯构造的, 这个不如说是绝对温度  $T$  (它是强度量, 不直观) 的定义。由  $Q_1/T_1 - Q_2/T_2 = 0$  的环路积分形式  $\oint dQ/T = 0$ , 克劳修斯引入了熵的概念。考虑到卡诺循环是针对理想可逆过程的, 对于实际的物理体系, 可以得出结论, 一个闭合的体系,  $dS \geq 0$ , 这就是熵增加原理。{啥原理啊, 一个推论而已}。也就是说, 对一个实际的闭合体系, 描述其变化的方程为  $E = \text{const.}$ ,  $dS \geq 0$ 。笔者忽然悟到, 也许世界就该用等式加不等式在两个层次上加以描述。这是不是能反映诺特 (Emmy Noether, 1882—1935) 定理的思想啊! {另一个例子是纯力学的, 见于质能转化过程} 等式表示不变, 是约束; 不等式是用来描述变化过程的, 是变化的方向与原则。数学处理上, 就是对不等式里的量用变分法求极值, 把等式表达的约束条件用拉格朗日乘子法带进来。黑体辐射一直都是这么做的啊!

平衡态不是死寂。平衡态下平均物理量不变, 但是有涨落。涨落需要一个量来描述, 就是分布函数里的其它参数, 或者以分布函数的函数的形式, 所指代的某个量。爱因斯坦是真物理学家, 知道涨落是由分布函数唯一地决定的, 因此由涨落或许能倒推出分布函数。热辐射, 或者说光之气, 其涨落会同时有粒子特征和波动特征的贡献。这话也可以这么说, 非要用粒子或者波动图像来理解光, 注定是片面的。

插值法 (Interpolation, extrapolation) 研究物理是个非常不值得推荐的做法——我不相信它能带来物理。普朗克绝对不是用插值法获得黑体辐射谱分布公式的, 人家是推导公式时, 权衡分母中的  $U_\nu^2$  和  $U_\nu \times h\nu$  的结果选择尝试用  $(U_\nu + h\nu)U_\nu$ 。真正的事业都有召唤的魔力。普朗克是碰巧猜出来的谱分布公式? 哪有什么巧合, 人家不过是早就啥都会。爱因斯坦用二能级模型得到黑体辐射公式; 泡利用 X-射线的电子散射获得黑体辐射公式; 玻色从统计角度重新推导黑体辐射公式; 爱因斯坦将玻色的结果推广到单原子理想气体上还

得到了新的统计; 爱因斯坦说德布罗意的想法有助于理解 Bose—Einstein 统计; 薛定谔读爱因斯坦, 薛定谔注意到德布罗意的工作, 结果就是薛定谔于 1925 年底得到了量子力学的薛定谔方程; 等等, 等等, 诸如此类, 你要是把这些理解为人家都是碰巧我就不想说啥了。

对学问没有敬畏心, 是因为没摸到皮毛。许多研究者们连论文题目都不愿意读懂, 更别提深入研读了。不信, 问问诸公有几人学、教量子力学时起过念头去找玻尔兹曼 (不是普朗克!) 提出能量量子化的那篇文章来? 考察黑体辐射研究过程, 发现那些物理巨擘推导物理时既有对物理问题的切实理解, 又有凌空蹈虚的天马行空。善于蹈虚的民族, 才有能力对人类文明做出实质性的贡献。愚以为, 如何在物理教育中纳入这些蹈虚能力的培养, 也该当作一件严肃的事儿了。毕竟, 这个伟大的民族如她的新时代领袖毛泽东先生所指出的那样, 要对人类做出应有的贡献, 而这个贡献一定是促成人类文明更上层楼的意义上的。如何蹈虚, 庄子的一些思想或许可以参考。当然了, 如果有人习惯性把虚理解为假, 那就麻烦了。

我斗胆说, 可以解释当前实验结果从来都不是理论正确的依据! 试看玻尔的氢原子谱线模型。表达式  $E_n = E_0 - \frac{C}{n^2}$  可以解释氢原子放电得到的光谱线的位置问题, 可那只是实验的一小部分啊。计入斯塔克效应、塞曼效应, 它的不足就露出来了。理论解释实验结果正确不正确不重要, 理论自身完备与否不重要, leading me to something new, only this matters! 普朗克谱分布, 其威力来自对实验误差 (错误) 的免疫, 所谓 they were essentially immune to experimental errors. 反过来, 普朗克公式如今被当作是绝对严格的, 借此定义绝对温度。当然了, 黑体辐射这样的物理问题可遇不可求。

爱因斯坦 1909 年得到了黑体辐射的能量涨落和辐射压的表达, 其由两项组成, 一项是波的特征, 一项是粒子的特征。爱因斯坦指出, 关于辐射的任何完备的处理, 都需要波与粒子这两个图像, 它们是一个硬币的两面, 总是同时存在。愚

以为，这才是对波粒二象性的正解。爱因斯坦总是比不懂物理的物理学家更懂物理一些。爱因斯坦反过来认定普朗克公式是正确的，由此探究光的构成。爱因斯坦举手投足都能显出伟大来。我很奇怪的是，关于波粒二象性的确切意思，爱因斯坦早就明确指出来的，为什么后来的那么多量子力学的转述者都熟视无睹而醉心于编造怪力乱神式的描述呢？不是熟视无睹，是干脆没有睹过吧？

此前我读物理学(史)，总有普朗克成就了爱因斯坦的印象，西文文献里经常看到爱因斯坦是普朗克的 protégé (被保护人) 的说法。爱因斯坦1905年的狭义相对论，是普朗克率先响应的，并在1906和1907年发文给予拓展，得到公式  $E = mc^2$ 。加之那时候普朗克是柏林大学的教热力学的教授，而爱因斯坦是瑞士专利局的职员。然而，如今我的观点是，未必不是爱因斯坦成就普朗克在前。爱因斯坦1905年的文章才是量子的开始，那时爱因斯坦关于涨落、关于光发射过程、关于光电效应和斯塔克效应的诠释，无一不是在支持能量量子化的观点。所谓的能量量子化，至少在普朗克那里，是在他1906年的热力学教程以后才有的概念。

黑体辐射研究，愚以为，以爱因斯坦成就最高。爱因斯坦才是YYDS(永远的神)。爱因斯坦最了不起的地方就是总能直击问题的核心。从他1903年未出道时的论文开始，爱因斯坦就是这个水平的，这是一个一般一流物理学家都不可企及的高度。2020年11月2日夜，笔者读到杨振宁先生1992年接受采访时说过的一句话：“爱因斯坦有博大精深和令人惊叹的洞察力，不宜将后人和他相提并论。”看看，杨先生这里佩服爱因斯坦的是什么？洞察力啊！

爱因斯坦认识到，能量量子化就得呼唤  $\delta$ -函数描述密度。这个描述密度的  $\delta$ -函数，在1930年狄拉克的著作 *The principles of quantum mechanics* 中是作为特殊的波函数模平方被对待的。这让笔者想起自己一直以来的一个错误观点：“量子力学和经典力学的区别在于前者用几率幅波函数说话，而后者用几率说话”。然而，在整个的老量子力学

一直到1925年的矩阵力学，一直都是用经典概率在说话。由黑体辐射引起的玻色—爱因斯坦统计和费米—狄拉克统计，谈论的都是经典概率。{笔者注意到，把费米—狄拉克统计看作是玻色—爱因斯坦统计同一层面的对应，有可咨议处。容另文阐述}黑体辐射后期的讨论，所谓的“Im Sinne der Quantentheorie (在量子理论的意义下)”的 Sinne 就是凑出  $S = k \log W$  中的 Komplexionszahl  $W$ ，要用整数经过排列组合去计算概率。至于波函数作为几率幅而非几率出现在量子理论中，那是个物理思想的跃变。其中的理由，似乎未见专题讨论将这个问题阐述清楚。笔者猜测，这应该不是就玻恩一篇论文的事情。期望笔者有机会探寻这个问题。

这篇文章收尾之后，我打算2022年省吃俭用，买一套爱因斯坦论文全集，朝拜用。感觉这些天来读的这些东西才叫论文。一个人一辈子如果能发表一篇这样的论文，谁还会管哪个机构“唯”与不“唯”呢？爱唯不唯。

我们在学物理的过程中接受了许多莫名其妙的观念却不知道谁说的，也不知道语境是什么。如今的人们似乎都知道光的能量量子是  $h\nu$ ， $h$  是普朗克常数，诞生于1900年底。可是光的频率这个概念是从哪里来的，谁提出来的？先前光可是只有颜色的说法。普朗克谱密度公式  $\rho_\nu d\nu = \frac{2 \times 4\pi\nu^2 d\nu}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}$  中的因子2，我们到底打算拿它怎么办呢？统计和量子理论到底该如何弄出个2来，或者干脆驳普朗克的面子不要这个2了(估计实验曲线定不下来它)？关于黑体辐射谱分布还有新的推导吗？我希望有，我也相信有。

说到光的统计。许多地方会信口一句光是自旋为1的玻色子而不加解释。玻色子遵循的玻色—爱因斯坦统计，其分布函数是  $\frac{1}{e^{(\varepsilon - \mu)/kT} - 1}$ ；当  $\varepsilon = h\nu$  和  $\mu = 0$  时，这个分布函数才退化为普朗克分布函数。是故有光子气体的化学势为0的说法。然而，到底是光子气体的化学势为0还是光就没有化学势，可能有些区别。注意，有光子  $m = 0$  和  $q = 0$  的说法，这个和光子根本就没有质量和电

荷的标签也未必是一回事儿。同时请注意，费米子统计也是针对有质量粒子得来的统计。所谓无质量的外尔费米子，从概念上说也就难免有许多困难。光也不是玻色子。有人也许认为这样的想法是故意找别扭。提请各位注意，一个某物理量为0的体系同根本没有那个物理量的体系一般不是一回事儿。再退一步，一个物理量无限趋于0和等于0有时也不是一回事儿。比如，一些立体框架张起的肥皂膜的形貌容易表现出 $F(x, y \rightarrow 0) \neq F(x, y = 0)$ 来。更多思考未来我会在拙著《0的智慧》中详细讨论。

在2020年11月18日晚11点，我忽然意识到后来一些所谓的基于背景辐射测量的研究可能是个小玩笑。所有频率的电磁波都只是电磁波，但每一个频率上都是特定的光学、特定的物理。做过实验的人都知道，光电管一类仪器测量的是仪器对信号的卷积(convolution)！如何有探测器，在那么宽的频率范围内响应有那么大的动态范围，还有同样的响应函数，这可是个值得令人为之奋斗终生的问题。那个什么望远镜，带的探测器是如何响应的，频率范围多宽，测量辐射强度的动态范围多大，谱仪的响应函数长什么样，信噪比可还能容忍，仪器可曾校准过，是多少次测量数据的数值累加，在知道这些之前，最好不要盲目地就相信测到了一个对应绝对温度 $T$ 为多少多少K的黑体辐射。{2022年8月，被轻松地当作韦布天文望远镜杰作的比邻星照片，被证实是一片香肠的照片。你若轻信，必有欺骗。}关于黑体辐射测量的应用，我赞同关于太阳辐射测量的结论：在测量波长足够宽的范围(从约100 nm到远红外处)谱线有黑体辐射特征(总体趋势为单峰结构)，对应黑体辐射温度约为6600 K。

回过头来理一理黑体辐射研究与温度有关的问题。先有的温度，高温下的热辐射引起谱分布的研究，有了维恩的初步描述 $u(\lambda, T) = \lambda^{-5} f(\lambda T)$ ；后来发现这就是一个概率性的分布函数，函数的形式里有个参数，就是此前的温度。这反而提供了对温度的理解。当普朗克的谱公式的决定性被确定了以后，绝对温度就有了真正的绝对的意义：有了绝对的温标。柏拉图的《理想国》(Πλατῶν

Πολιτεία)提及苏格拉底曾说过“任何不完善的事物都不能成为其他事物的标准”。黑体辐射公式是完美的，是关于理想的黑体辐射的公式，它因此成为了绝对温度的标准。与黑体辐射可媲美的，是此前的卡诺循环。理解不了理想情形的绝对性，及其作为模型、作为参照、作为渐进极限的意义，就理解不了相关的物理。

黑体辐射的学问核心是统计力学，妥妥地是相对论统计和量子统计的发轫。统计力学在处理实际物理问题上的作用，我们在有了这个认识以后回过头去看就会更加确信这一点。太多的物理情景中，物理定律只能是statistical的。论及相对论与量子力学，相对论性统计在基础层面，而量子要求却不是基础的。我瞎说哈，缺少统计力学的宇宙理论很难是正确的。至于凝聚态中的超导等问题，愚以为超导首先是个热力学问题，或者如黑体辐射那样是个电磁现象的热力学问题。不是热力学意义上的超导理论如果不是无的放矢，那也是隔靴搔痒，或者是霸王硬上弓，在一通神推导后硬和临界温度扯上关系了事。

不掌握统计物理、不能正确诠释统计社会数据的社会学者可能会得出误导性结论，对此要多加小心。

黑体辐射是唯一一个纳入 $c, h, k$ 这三个普适常数的物理情景。三个普适常数 $c, h, k$ 相遇在黑体辐射这一个问题上，有何深意(what it implies)? 光速 $c$ 联系着时空，被用于锚定时间，出现在 $(x, y, z; ict)$ 中。普朗克常数 $h$ 联系着时间的倒数，出现在 $h\nu$ 和 $2\pi Et/h$ 之类的表达中。那么出现在 $kT, S = k \log W$ 中的玻尔兹曼常数 $k$ 联系着什么？我希望它也应该联系着时间。考虑到 $T + it$ 这样的组合，则常数 $k$ 与时间也应有比较别致的联系方式。我瞎猜，常数 $k$ 当应用于非平衡态的热力学与统计物理，则其同时间的联系是动力学的，可能不只是一句“时间的箭头”那么简单。

关于黑体辐射、量子力学以及相关的研究路径，文献中存在大量的误解。在撰写本文过程中作者进一步理解了什么是“兼听则明，偏听则暗”。不依原文的想当然描述就是诬陷。

就物理理论的创造而言，指望从测量数据(常

常是部分的、粗糙的、层次尚未触及问题实质的)得出正确理论是不现实的,甚至指望测量数据判断理论的正误都不切实际。同其他学问的自洽与否倒是个理论正确性的重要判据。一个理论孤立地看或许头头是道;但是同相关理论放到一起考量,可能就会显出自洽来。缺乏自洽性会毁了一个理论的正确性或正当性。

黑体辐射的空腔里是空的,但可以借助别的存在得到黑体辐射分布。普朗克用的是 Resonator 和 oscillator,说辐射是这些振子发射的。初学黑体辐射时,我总是为这个振子而困惑。在读了足够多关于普朗克推导的评论之后,我才释然。想起电影《海上钢琴师》中的一幕。电影最后,钢琴师抬起双手凌空虚弹,你仿佛已经听到了旋律(图28)。钢琴师把手抬起,空气中就充满了音乐。钢琴师的手是真实的,音乐是真实的,那钢琴就是真实的。因为抽象,所以更加真实。那双手正在弹奏的、按说该存在但可以不存在的钢琴,就是黑体辐射语境中的振子。黑体辐射研究用到的模型有很多,不知道怎么三下两下就得出了那个普朗克公式;会做物理的,就是这样会无中生有, Etwas aus Nichts zu schaffen。黑体辐射推导表现出模型的独立性,我恕个罪然后才敢说,有些推导,比如爱因斯坦的推导,也是一通操作猛如虎,看得人云里雾里的。但是,全部吸收(黑)、动态平衡这两个要素是要强调的。可见,就黑体辐射推导与模型的关系而观之,欲得有特色物理的精髓,黑才是王道。

黑体辐射研究最终指向了量子力学的诞生,包括固体量子论、量子统计、相对论等。从黑体辐射到量子力学的学术传承发生在两个地方。一是发生在德国的柏林,从基尔霍夫、亥尔姆霍兹,加上熵概念的引入者克劳修斯,传到维恩和普朗



图28 手、钢琴与钢琴曲

克。普朗克被公认为量子概念的奠基人,但其实能量量子的概念最先是玻尔兹曼引入的,早于普朗克20多年。另一个地点是奥地利的维也纳,从斯特藩、玻尔兹曼经艾克斯纳、哈森诺尔,传到薛定谔。还有一点值得注意,薛定谔1920年在德国耶拿大学做过维恩的助手,他应该熟悉维恩的研究经历。薛定谔1926年的方程是量子力学的基本方程,虽然加上泡利1927年的方程和狄拉克1928年的方程,量子力学的面貌才略有轮廓。1927年薛定谔接替柏林大学普朗克的位置,也算是一个物理历史的圆满案例。提及薛定谔,我们不得不记住另一个近代物理发源地:瑞士的苏黎世。薛定谔可是在苏黎世那里访问时写下他的方程的。相对论(爱因斯坦、闵可夫斯基)、量子力学(爱因斯坦、薛定谔、外尔)、规范场论(外尔、薛定谔)、固体量子论(爱因斯坦、德拜)都是在苏黎世那里诞生和发展的,请记住爱因斯坦、闵可夫斯基、德拜、外尔和薛定谔这几个在苏黎世的打工者。我只说一句感慨:学术传承,要有学术才有学术传承。学术传承的美谈发生在学术的发源地。

研读黑体辐射的历史文献,让笔者对热力学、统计力学、量子力学以及它们之间的内在联系多了一些认识。值得一提的一个收获是,笔者认识到点源发出的辐射向空间传播的事实必然要求辐射是量子化的存在。这是个朴素的思想,但是符合逻辑。如果传播的存在是连续的,则面临越来越稀薄的存在,会带来其是如何能够存在的难题。如果辐射是局域量子化的存在,那在远方越来越稀薄的就是个数密度趋于零的数学问题,不会带来额外的物理学难题。

黑体辐射写到这里,还是留有许多遗憾,因为许多事情不知道,一时又没时间都弄清楚。兹举一例。1911年外尔发表“Über die asymptotische Verteilung der Eigenwerte”(论本征值的渐近分布)一文,得出了在紧致域上拉普拉斯算子本征值的渐近分布,即Weyl's law,1912年又用变分原理给出了新的证明。外尔不断回到这个问题,后来还将之用于弹性体系得到了外尔猜想。1915年,外尔指出拉普拉斯算符本征值的渐近分布的第一项

正比于体积,此乃洛伦兹在黑体辐射研究中首先猜测的一个结果。除了体积以外的其他参数不起作用。黑体辐射、量子力学和拉普拉斯算子的本征值,它们凑到一起的逻辑关系算是契合的。本征值渐近分布,学过点儿量子力学的看到这里会眼睛一亮,本征值是量子力学得以建立的关键词啊(参见 Erwin Schrödinger, Quantisierung als Eigenwertproblem, *Annalen der Physik* **384**, 489-527 (1926))。未来有时间,笔者会把这里的问题理清楚。

最后,作为总结笔者给出自己的关于什么是黑体辐射的肤浅理解。什么是黑体辐射?黑体辐射就是在给定总能量  $U$  下熵  $S$  最大的那样分布的

### 参考文献

- [1] Hübner K. Gustav Robert Kirchhoff: Das gewöhnliche Leben eines außergewöhnlichen Mannes. Regionalkultur, 2010
- [2] Kurrer K E. The History of the Theory of Structures: Searching for Equilibrium. Ernst & Sohn, 2018
- [3] Kuhn T S. Black-body Theory and the Quantum Discontinuity 1894-1912. The University of Chicago Press, 1978
- [4] Stewart S M, Barry Johnson R. Black-body Radiation. CRC Press, 2017
- [5] van Hees H. Hohlraumstrahlung. 2007, unpublished
- [6] Kangro H. Early History of Planck's Radiation Law. Madison R E W translated. Taylor & Francis, 1976
- [7] Hoffmann D. Physikalische Blätter, 2000, 56:43
- [8] Kangro H. Planck's Original Papers in Quantum Mechanics. Taylor & Francis, 1972
- [9] Klein M J. Arch. Hist. Exact. Sci., 1961, 1(32):459
- [10] Klein M J. Physics Today, 1966, 19(11):23
- [11] Duplantier B. Séminaire Poincaré, 2005, 1:155
- [12] Starikov E B. A Different Thermodynamics and its True Heroes, CRC, 2019
- [13] Kleppner D. Physics Today, 2005, 58(2):30
- [14] Hudson R. Stud. Hist. Phil. Sci., 1989, 20 (1):57
- [15] Milne E A. Sir James Jeans: a Biography. Cambridge University Press, 1952
- [16] Ritz W. Physikalische Zeitschrift, 1908, 9:903

辐射,分布函数为  $f(\nu) = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$ 。该分布取得 (assume, erwerben) 一个被称作温度的统计参数  $T$ , 使得辐射总能量(体积密度)  $U = \sigma T^4$ 。

到此刻这篇黑体辐射文章收尾,加上此前我写过《量子力学—少年版》,《相对论—少年版》,《云端脚下一从一元二次方程到规范场论》,我可以自信地说我几乎阅读了相对论、量子力学、规范场论前期所有的重要文献原文。本篇是匆忙中的急就章。如果有啥未纳入的,那是我还不知道的,容我学习后再行补充。敬请读者朋友批评指正,提供更多的文献与见解,以襄助这份事业。如果只是笼统地指出作者的才疏学浅,你大可不必费心,我才不在意你的态度呢。尚飨!

- [17] Ritz W, Einstein A. Physikalische Zeitschrift, 1909, 10:323
- [18] Varrio S. Einstein's Fluctuation Formula, 来自互联网, unpublished
- [19] Klein M J. Paul Ehrenfest: The Making of a Theoretical Physics, Elsevier, 1985
- [20] Lewis G. Nature, 1926, 118:874
- [21] Waniek M, Hentschel K. Physik Journal, 2011, 10 (5):39
- [22] Louisell W H. Quantum Statistical Properties of Radiation. Wiley, 1990
- [23] Darrigol O. Historical Studies in the Physical and Biological Sciences, 1988, 19 (1):17
- [24] Darrigol O. Historical Studies in the Physical and Biological Sciences, 1991, 21(2), 237
- [25] van Dongen J. The Interpretation of the Einstein-Rupp Experiments and Their Influence on the History of Quantum Mechanics. unpublished
- [26] Oziewicz Z. Hadronic Journal, 2016, 39 (2):253
- [27] Haddad W M. A Dynamical Systems Theory of Thermodynamics. Princeton University Press, 2019
- [28] Wawilow S I. Die Mikrostrukture des Lichtes. Akademie Verlag, 1954
- [29] Klein M J. Arch. Hist. Exact. Sci., 1961, 1(32):459
- [30] Klein M J. Physics Today, 1966, 19(11):23

### 读者和编者

## 《物理》有奖征集 封面素材

为充分体现物理科学的独特之美,本刊编辑部欢迎广大读者和作者踊跃投寄与物理学相关的封面素材。要求图片清晰,色泽饱满,富有较强的视觉冲击力和很好的物理科学内涵。

一经选用,均有稿酬并赠阅该年度《物理》杂志。

请将封面素材以附件形式发至: [physics@iphy.ac.cn](mailto:physics@iphy.ac.cn); 联系电话: 010-82649029。

《物理》编辑部