

# 寂静春天里的动力学

孟子杨<sup>†</sup>

(中国科学院物理研究所 北京 100190)

2018-11-17收到

<sup>†</sup> email: zymeng@iphy.ac.cn

DOI: 10.7693/wl20190205

## 解题

北京的春天，短暂而狂躁，万物的复苏和生长都在让人猝不及防的时间中完成，该发生的和不该发生的事，都在一场沙尘暴、几场春雨和几场雾霾的夹裹之下，生生地走进这熙熙攘攘的世相里，让人只有接受的份儿。

生活在这样狂躁之中的人，很难不被如此的气氛所影响和蛊惑，做出些本来可以不做、几年后回想要脸红追悔的事儿来。就算是在相对平静的自然科学研究圈子里，春天也让人变得丧失本心。目之所及，就看到有的人上下交通、攀附权贵，想在科研投入的大饼中多切下一块来；有的人炒作概念，利用社会大众的知识缺陷和猎奇心理，哄骗着不少不明就里的学生走上研究的不归路；有的人酷爱折腾，不断地举行重复性的学术会议，以所谓聚集人气的方式哄抬自身的学术地位。种种动作，往往偏离了科研的本意，但是在表面上制造出一派熙熙攘攘热热闹闹的混乱局面，让人看不清底细，只有接受的份儿。接受者还好，可惜的是盲从和咸与维新者，最后追悔的，往往是这些人。

## 入题

在这样混乱嘈杂的春天里，哪里能找到寂静，哪里能找到新的生

机酝酿时静默却不可阻挡的力量，是考验从业人员实力、修为和气魄的大问题。春天当然是动态的，但是动态要有一个静的表面，新发现孕育的时候如林间的野花幼苗，阳光雨露之下静却决绝。一开始就熙熙攘攘热热闹闹，混淆了心智，耗尽了力气，怎么可能看到成熟和收获呢？

就是在这样的考虑之下，笔者和朋友们决定在凝聚态物理学量子多体计算的领地中，在这个春天里培育一株幼苗，小心地浇灌它，期望它成长为凝聚态物理学量子多体计算领地中的大树。这株幼苗，就是量子多体系统的动力学性质计算。

量子多体系统的动力学性质计算，笔者在之前的文字中有过介绍<sup>[1]</sup>，涵盖量子多体系统的谱学和输运行为计算，比如关联电子材料中的准粒子谱，量子磁学 and 高温超导系统中的自旋激发谱，还有关联电子材料中最基本的电阻、热输运测量等等。这些能量、动量、温度依赖的响应函数中蕴含着量子多体系统的本质信息，而且它们就是凝聚态物理实验直接测量的物理量，比如角分辨光电子谱测量的就是关联电子材料的电子结构(即准粒子能谱)，而中子散射、核磁共振测量的就是量子磁学材料中的自旋激发谱。电阻和输运测量的重要性更是自不待言，远有近藤、量子霍尔效应，近有铜基、铁基高温超导体中的非费米液体行为，都是由电阻和输运测

量所揭示的现象。然而，如笔者在之前的文字<sup>[1]</sup>中所写，动力学性质计算，从理论上来讲是十分困难的问题，这关乎准确计算指数多的、强烈相互作用的自由度的时间演化，是几近不可能完成之任务。动力学性质计算是量子多体系统理论发展中的核心问题，它的解决可以让凝聚态物理学中许多难题，比如高温超导机理和量子相变临界行为的完整描述，得到彻底地解释。

完整地解决量子多体系统动力学性质计算的问题，兹事体大，目前并没有统一的方案。我们所进行的研究，是发展和应用以量子蒙特卡罗(quantum Monte Carlo, QMC)和随机解析延拓(stochastic analytic continuation, SAC)为代表的大规模数值计算方法，通过合理地设计量子多体系统理论模型，定量地计算其动力学性质，然后把结果与以量子场论、重整化群为代表的解析方法得到的定性预期进行比较，得到统一的认识之后，再用来解释和指导实验观测。这样数值、解析结合，再来对比和预言实验现象的方法，就是量子多体问题动力学计算的方向。在之前的文字中<sup>[1]</sup>，笔者讲述了这样的方法在二维反铁磁海森伯模型能谱计算中取得的结果，并且和最新的中子散射实验进行了定量的对比，这是一个基准性的工作<sup>[2]</sup>，算对了，和实验对上了，我们才开始下面的工作，才有了下面的文字。

## 正题

在这个狂躁的春天里，我们努力让自己静下心来，不随波逐流、咸与维新，而是默默地完成了几个量子多体问题动力学计算的新事例。这篇文章分为两个部分，分别介绍其中的两个事例。一个是自旋液体存在的指纹，揭示了对称性分数化在具有拓扑序的量子自旋液体中，在自旋激发谱上的特殊表现形式<sup>[3]</sup>；另一个是去禁闭量子临界点谱学行为的展示，给出了分数化的自旋子实验观测行为的预言<sup>[4]</sup>。这两个例子都是量子物质科学新范式的代表，超越了传统的、以序参量和对称性破缺为圭臬的朗道—金兹伯格—威尔森(LGW)相变和物质分类理论框架。

### 事例一

量子自旋液体是拓扑序的材料实现，尤其是有能隙的自旋液体，是 LGW 对称性破缺理论框架之外的物质形态，自旋液体中的分数化的元激发，是超越玻色子、费米子这样传统基本粒子分类的任意子 (anyon)，展现着长程量子纠缠的效应。量子自旋液体的理论发展，深入而蔚为大观，除了上面提到的分数化、任意子、长程量子纠缠等基本概念之外，拓扑纠缠熵、任意子凝聚与相变、对称性的分数化等等新的理论进展层出不穷。除了物理学家之外，数学家正在从张量范畴的角度理解这些问题，信息学家正在从量子信息的角度寻找可能的应用。但是，一个有些尴尬的事实是，物理学家还不知道该用什么样的实验手段，通过什么样的实验信

号，可以确认量子自旋液体的存在和其所具有的特定的拓扑序。

在工作[3]中，我们通过动力学性质的计算给出解决方案。特定的拓扑序和其中任意子对称性分数化行为，可以在系统的自旋动力学性质中，也就是中子散射技术可以探测的自旋激发谱中，找到答案。

我们设计了图 1(a)中的 2 维 Kagome 晶格阻挫磁体模型，该模型可以用量子蒙特卡罗严格计算<sup>[5]</sup>，得到的相图如图 1(c)和(d)所示。两个相图中都有量子自旋液体相 (quantum spin liquid, QSL)，这里的 QSL 具有 Z2 拓扑序，元激发是分数化的任意子：spinon 和 vison。图 1(c)和(d)的相图里，系统具有不同的外磁场的强度。图 1(c)中外磁场为零，QSL 没有静磁矩( $m=0$ )。图 1(d)中外磁场为有限值，系统有一个磁性背景( $m=1/6$ )。

Spinon 和 vison 作为 Z2 拓扑序中的任意子，其统计具有交换编织的性质，这也是任意子不同于传统粒子(玻色子、费米子)的地方。在没有静磁性的量子自旋液体中( $m=0$ )，vison 在系统中运动的时候，会看到每个 Kagome 晶格原胞中有奇数个 spinon。这可以理解为 Kagome 晶格的每个 6 边形中的自旋  $S_i$  处在 3 上 3 下的状态，3 是奇

数，奇数模 2 总是 1，所以 vison 在晶格上运动时就会和每个原胞中的 1 个 spinon 交换，从而带上了一个  $\pi$ -flux 的相位，vison 的原胞也就比 Kagome 晶格原胞大了一倍，也就是说，vison 波函数的晶格平移对称性，由于 vison 和 spinon 之间的交换编织在  $m=0$  的 QSL 相中发生了分数化。而在另一方面，在有静磁性的量子自旋液体中 ( $m=1/6$ )，vison 在晶格上运动时看到每个 Kagome 晶格原胞中有偶数个 spinon。这可以理解为 Kagome 晶格的每个 6 边形中自旋  $S_i$  处在 4 上 2 下或者 4 下 2 上的状态，4 和 2 都是偶数，偶数模 2 总是 0，所以 vison 在晶格上运动时与 spinon 交换偶数次，也就不会感受到任何相位调制，vison 的原胞和 Kagome 晶格原胞一样大，vison 波

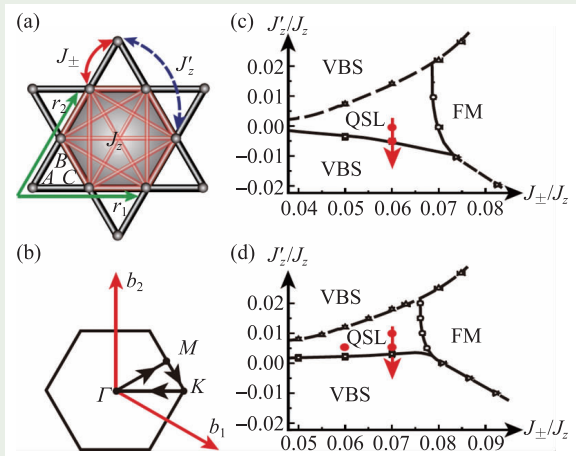


图 1 (a)Kagome 晶格量子自旋液体模型。 $J_{\perp}$ ,  $J_z$ ,  $J'_z$  为自旋之间的相互作用。 $A$ ,  $B$ ,  $C$  为 Kagome 晶格原胞中的三个格点。 $r_1$ ,  $r_2$  是原胞之间的平移矢量；(b)Kagome 晶格的布里渊区， $b_1$ ,  $b_2$  是动量空间中的平移矢量。 $\Gamma$ ,  $M$ ,  $K$  为布里渊区中的高对称点，连接高对称点之间的路径是自旋激发谱中动量的取值路径；(c)和(d)是模型的基态相图。其中(c)为外磁场为零的情况，系统没有静磁矩  $m=0$ 。(d)为外磁场不为零的情况，系统的静磁矩  $m=1/6$ 。在两种情况下，量子自旋液体相(QSL)都稳定存在<sup>[5]</sup>。沿着图中的红线，它们都会发生 vison 凝聚的相变进入对称性破缺的共振价键(VBS)相。在相变点附近，两种自旋液体的动力学行为不同，体现了其中 vison 元激发的不同对称性分数化

函数仍然具有 Kagome 晶格原本的平移对称性，没有发生分数化。

如上的理论分析，乍一看十分抽象，但是却预示着明确的动力学行为上的不同。在图 1(c)和(d)中有两条红线，就是指出  $m=0$  和  $m=1/6$  的量子自旋液体，在向着同一个方向调节自旋相互作用时，都会发生相变进入共振价键相(valence bond solid, VBS)。在相变发生的时候，vison 作为相关的元激发，会发生关闭能隙的凝聚行为。一般来说，普通的凝聚行为，比如玻色—爱因斯坦凝聚，在激发谱上会在动量为零 ( $\Gamma=(0,0)$  对于二维晶格)处关闭能隙，动量为零也就意味着实空间中所有的位置上都发生了同样的现象。但是记得在  $m=0$  的 QSL 中 vison

的平移对称性已经发生了分数化，这就意味着此时 vison 发生凝聚的过程中，它们会在每隔一个格点的实空间原胞上发生凝聚。对应到动量空间，系统的自旋激发谱会在除了  $\Gamma$  点之外，在布里渊区边界的中点 ( $M$  点)上也发生能隙关闭。而对于  $m=1/6$  的 QSL，其中 vison 的平移对称性没有发生分数化，在 vison 发生凝聚的过程中，系统的自旋激发谱只会在  $\Gamma$  点发生能隙关闭的现象。如此明确的动力学行为上的区别，就是图 2 中通过 QMC+SAC 计算所得的结果。

在图 2(a)中，我们画出了 QMC+SAC 计算所得的自旋激发谱，这是  $m=0$  的量子自旋液体，在即将发生 QSL—VBS 相变时的情形，可以清楚地看到，对于  $m=0$  的自旋液体，其自旋激发谱

(就是中子散射可以测量的)在动量空间中两个点 ( $\Gamma, M$ ) 都有能隙关闭的迹象。而在图 2(b)中，我们画出了 QMC+SAC 计算所得的自旋激发谱，这是  $m=1/6$  的量子自旋液体，在即将发生 QSL—VBS 相变时的情况，可以清楚地看到，对于  $m=1/6$  的自旋液体，其自旋激发谱只在一个点 ( $\Gamma$ ) 关闭能隙。如图 2(a)和(b)中所显示的两种情况下的不同自旋激发谱，童叟无欺，大家都能看得明白。这样一来，就解除了量子自旋液体现象(比如拓扑序和对称性的分数化等等抽象概念)本不该有的神秘性。除了理论物理学家之外，实验物理学家和普通的学生都能

够看得明白。只要去测系统的自旋激发谱，就可以看到 Z2 QSL 的平移对称性分数化；而观测到这样明确的动力学行为，也反过来提供了 QSL 和其中的分数化的任意子存在的证据。这是很及时的结果，因为目前在量子自旋液体材料寻找的过程中，在中子散射实验中看到能量 ( $\omega$ )—动量 ( $q$ ) 空间中连续谱并不困难，但是这并不意味着连续谱就是自旋波磁振子(magnon)分数化为自旋子(spinon)或者其他任意子的证据。因为人们发现，在许多量子自旋液体的候选材料中，连续谱既可能来自于真正的自旋液体态，但也可能是材料中杂质散射所导致的假象，极有误导性，文献[6]中的研究，就是关于材料中杂质导致量子自旋液体假象的一个很好的例子。显然，只有如图 2 中明确的动力学信号，才是指导实验进一步前进的坦途。

## 事例二

去禁闭量子临界点(deconfined quantum critical point, DQCP)，笔者在之前的文字中也有涉及<sup>[1,7]</sup>，是超越 LGW 相变理论框架的新现象，体现着以分数化、物质场和规范场耦合、演生连续对称性等量子物质科学新范式的基本思路。

去禁闭量子临界点，长期以来一直作为一个理论上的可能性而存在，直到笔者的合作者，美国波士顿大学和中国科学院物理研究所的 Anders W. Sandvik 教授(中文名善德伟，或简称老善)，设计出 J—Q 模型，并用量子蒙特卡罗模拟来研究其性质<sup>[8]</sup>，这个可能性才渐渐落到实处，开启了量子多体理论和实验领域内对于这个问题的广泛关注。

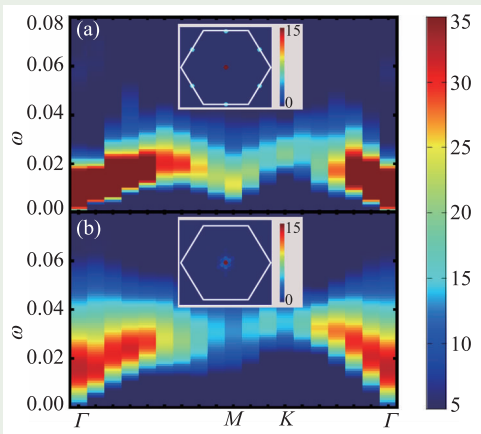


图 2 (a) $m=0$  量子自旋液体在 QSL—VBS 相变点附近的自旋激发谱，对应于图 1(c)中红色路径。可以看到自旋激发谱在动量为  $\Gamma$  和  $M$  两个点，都关闭能隙，这正是 Z2 QSL 中 vison 对称性分数化的结果。Inset 是 VBS 相中的静态自旋结构因子。因为 vison 的凝聚发生在  $\Gamma$  和  $M$  点，VBS 相的自旋结构因子在  $\Gamma$  和  $M$  点上都有峰，VBS 长程序破坏了 Kagome 晶格平移对称性；(b) $m=1/6$  量子自旋液体在 QSL—VBS 相变点附近的自旋激发谱，对应于图 1(d)中红色路径。自旋激发谱只在动量为  $\Gamma$  的一个点关闭能隙。因为这里的 vison 没有发生对称性分数化。Inset 是 VBS 相中的静态自旋结构因子。因为 vison 的凝聚只发生在  $\Gamma$  点，VBS 相的自旋结构因子只在  $\Gamma$  点上有峰，VBS 长程序具有 Kagome 晶格的平移对称性

除了老善之外，不少笔者的同行和朋友，都对领域的发展作出了贡献，近在眼前的就有北京师范大学的邵慧副教授、郭文安教授。在其最近的工作中<sup>[9]</sup>，他们尝试对于DQCP上的反常有限尺度标度行为，给出新的解释。

但是，即使可以进行数值计算，去禁闭量子临界行为本身的难度和广度仍然让人生畏。十几年过去了，仍有几个基本的问题，困扰着涵盖理论—数值—实验的整个领域，这些问题包括：

(1)去禁闭量子临界点，作为一个连续相变，在J—Q模型或者其他人为设计的模型 (designer-Hamiltonian)中是否真正存在，还是其实是弱的一级相变？

(2)理论上预言的，在这个临界点上的演生连续对称性是否存在？

(3)想要在关联电子材料实验中观察到去禁闭量子临界现象，应该寻找怎样的实验信号？

前两条作为理论上根本性的问题，十几年来一直在被激烈地争论着。比如对于第(1)个问题，有持一级相变论者，有持连续相变论者；对于第(2)个问题，有持连续相变且具有演生连续对称性论者，也有持连续相变但是没有演生连续对称性论者，而且几方阵营之中，都有笔者的朋友。数值和理论的进展一直没有停步，甚至最近高能物理学者也加入了进来，可见热烈的讨论，一时没有停息的迹象。

在最近的工作里<sup>[4]</sup>，我们转而去回答了第(3)个问题，也就是说，如果去禁闭量子临界现象在凝聚态物理材料中存在的话，实验中应该看到什么现象，再进一步说，应该看到什么与遵从LGW的普通量子相变不同的现象？

为了回答这个问题，我们设计如图3中所示的模型。图3(a)是具有DQCP的 easy-plane J—Q模型 (EPJQ)，笔者在之前的文章中介绍过它的性质<sup>[7]</sup>。 $q < \text{DQCP}$ 时，系统为 easy-plane 反铁磁长程序 (AFXY)； $q > \text{DQCP}$ 时，系统为以自旋单态为单元的共振价键长程序 (VBS)。两种长程序都有对称性自发破缺，显而易见的是，AFXY相破缺自旋旋转对称性，VBS相破缺晶格旋转对称性；不易见的是，两个长程序相遇在一个连续相变点——去禁闭量子临界点——之上。为了与之对应，我们在图3(b)中特意设计了一个普通的LGW量子相变过程，系统具有反铁磁相互作用 $J_1$ 和 $J_2$ ， $g < 3\text{DXY}$ 时，系统也是 easy-plane AFXY相；而调节 $g$ 的时候，晶格的平移对称性被刻意打破， $J_2$ 相互作用强于 $J_1$ ，结果

就是其进入一个对称性已然被降低的VBS相，注意此时晶格的平移对称性已经在Hamiltonian的层次上被破坏，所以这个VBS没有长程序。AFXY相和VBS相之间就一个服从LGW的普通3DXY量子相变。AFXY的反铁磁序参量连续地从有限值变为零(在3DXY点上)，然后系统再无序参量可言。

我们运用QMC+SAC计算了图3(a)，(b)的两种相变过程中，系统的自旋激发谱，结果总结在

图4和图5中。图4(a)，(b)和(c)是去禁闭量子相变对应的过程。图4(a)系统仍在AFXY相里，能谱上得到自旋波的图像，在 $(\pi, \pi)$ 点处自旋波为无能隙的Goldstone模，在其他动量点上自旋波色散开来，谱线在能量上的展宽来自于自旋波之间的散射。但在图4(b)中，系统接近DQCP，整个能谱在 $\omega$ (能量)— $q$ (动量)空间上生成出美丽的连续谱。这连续谱有几个突出的特点：

首先 $(\pi, 0)$ 的连续谱亦从 $\omega=0$ 处开始，一如图4(a)中 $(\pi, \pi)$ 处的Goldstone模。这里的连续谱，是自旋波分数化成为 spinon 的确定性信号；

其次，能谱在 $(\pi, \pi)$ 处很大的能量范围内都有权重，就是连续谱的展宽很明显，这也是分数化 spinon 存在的直接证据，这里的展宽大大

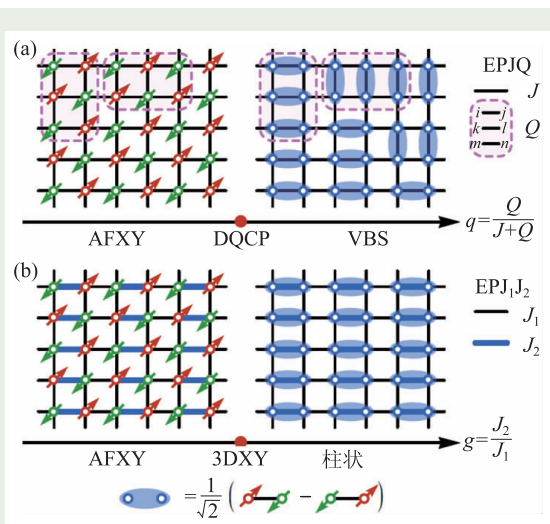


图3 (a)具有去禁闭量子临界点的 easy-plane J—Q (EPJQ)模型。 $q=Q/(J+Q)$ 为相变的调控参数。 $q < \text{DQCP}$ ，系统具有破缺自旋旋转对称性的 easy-plane 反铁磁长程序 (antiferromagnetic XY order, AFXY)； $q > \text{DQCP}$ ，系统具有破缺晶格旋转对称性的共振价键长程序 (valence bond solid, VBS)。两者之间是去禁闭量子临界点，DQCP；(b)具有普通3DXY量子临界点的 easy-plane  $J_1$ — $J_2$  (EPJ1J2)模型。 $g=J_2/J_1$ 为相变的调控参数。 $g < 3\text{DXY}$ ，系统具有破缺自旋旋转对称性的AFXY长程序； $g > 3\text{DXY}$ ，系统进入没有破缺任何对称性的VBS。两者之间是3DXY相变点，服从LGW描述

超出了普通量子相变临界涨落可能造成的效果(可与图5(b)对比);

最后, 整个能谱的下边界, 从 $(\pi, 0)$ 到 $(\pi, \pi)$ , 权重的明暗分布有着强烈的变化, 这其实反映了在自旋波分数化为 spinon 后, spinon 并不是独立的自由粒子, 而是与分数化过程中演生出来的规范场强烈耦合着, 能谱中权重明暗的变化, 其实是物质场 (spinon) 和演生规范场强烈耦合的结果, 这显示着 DQCP 和高能物理学中夸克禁闭到去禁闭的相变的共通性, 是在凝聚态物理系统中实现了高能物理学现象。

如此丰富的动力学性质, 不算不知道, 算出来就是这么清晰明白, 图4就是实验上要观测到的信

号, 中子散射能谱可以告诉人们, 什么样的相变是去禁闭量子相变(图4(a)—(c)), 什么样的相变是普通的 LGW 相变(图5(a)—(c))。

与之对应的, 图5(a)中的能谱与图4(a)中类似, 因为都是 AFX Y 相, 而图5(b)是 3DXY 相变点, 可以看到能谱与图4(b)完全不同。没有 $(\pi, 0)$ 处的连续谱, 即使在 $(\pi, \pi)$ 点处, 自旋波的展宽亦不明显, 因为这里没有分数化, 没有 spinon 和演生规范场。图5(c)是进入对称性低的 VBS 之后的能谱, 由于 VBS 中的自旋单态有能隙, 整个能谱亦有能隙。有趣的是, 在图4(c)中, 系统也进入了 VBS 相, 但是这个 VBS 自发破缺晶格对称性, 虽然有能

隙, 但是谱线在能量上展宽十分明显, 这其实反映了在 DQCP 的 VBS 中, 还有着人们没有完全理解的 domain wall 行为, 目前的认识是, 这样的 VBS domain wall 行为与 DQCP 处物理量测量的反常有限尺度标度行为有着深层的联系<sup>[9]</sup>。

所以, 动力学性质的计算, 得到如图4和图5中的能谱, 可以指导中子散射实验中进行类似的测量和对比, 如果测出如图4一样的谱学行为, 就是去禁闭量子临界点, 就是量子物质科学新范式; 如果测出如图5一样的谱学行为, 就是普通的量子临界点。这样的区别和预言, 老少皆宜, 大家都能看明白。

### 结语

要之, 动力学性质的计算, 是凝聚态物理学量子多体问题研究的方向。通过以量子蒙特卡罗为代表的大规模数值计算方法, 结合场论等解析手段, 理解、刻画并预测关联电子系统的动力学行为, 推动理论和实验的进展, 这样的工作才刚刚开始。如这篇文章的两个事例所显示的, 以量子自旋液体、去禁闭量子临界现象, 还有非费米液体现象为代表的新的量子多体现象, 正在日益动摇着凝聚态物理学中朗道—金兹伯格—威尔森相变理论和费米液体理论等传统的框架。以拓扑序、分数化、物质场与演生规范场耦合为代表的新的进展, 正在呼唤着量子物质科学新范式的建立。在这个过程中, 量子多体问题的动力学性质计算, 打通数值、理论与实验的界限, 必将扮演着越来越关键的角色。

这个春天已经过去, 狂躁的人们依旧狂躁着。让笔者感到欣慰的

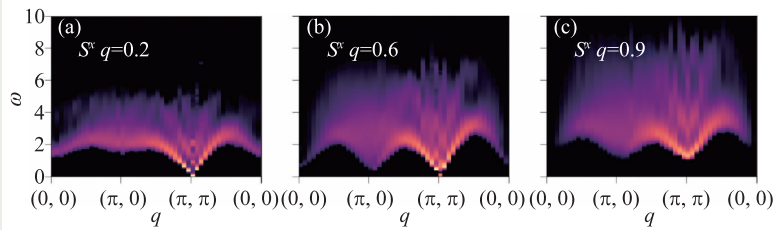


图4 (a)EPJQ模型在AFX Y相( $q < \text{DQCP}$ )中的自旋激发谱。自旋波清晰可见,  $(\pi, \pi)$ 处为无能隙的Goldstone模; (b)EPJQ模型在DQCP上的自旋激发谱。整个能谱在 $\omega$ (能量)— $q$ (动量)上生成出美丽的连续谱。 $(\pi, 0)$ 处为无能隙的连续谱,  $(\pi, \pi)$ 处亦为无能隙的连续谱, 这些都是分数化 spinon 和演生规范场存在的确定性证据; (c)EPJQ模型在VBS相( $q > \text{DQCP}$ )中的自旋激发谱。由于VBS中自旋两两形成单态, 能谱中所有动量点上都有能隙。但是能隙之上仍是连续谱, 这和VBS中的奇异 domain wall 涨落有关

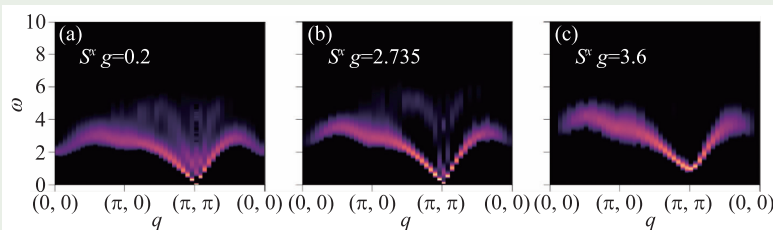


图5 (a)EPJ<sub>12</sub>模型在AFX Y相( $g < 3\text{DXY}$ )中的自旋激发谱。自旋波清晰可见,  $(\pi, \pi)$ 为无能隙的Goldstone模; (b)EPJ<sub>12</sub>模型在3DXY相变点上的自旋激发谱。相比于DQCP, 这里的临界涨落并不显著。 $(\pi, 0)$ 处仍然有能隙,  $(\pi, \pi)$ 处有一些展宽。作为符合 LGW 的量子相变, 这里没有分数化 spinon, 也没有演生规范场; (c) EPJ<sub>12</sub>模型在VBS相( $g > 3\text{DXY}$ )中的自旋激发谱。由于VBS中自旋两两形成单态, 能谱中所有动量点上都有能隙。能隙之上没有连续谱

是，寂静的力量、阳光雨露下的那株幼苗，已经悄悄地成长起来，它的几片小小的新叶，已经焕发着新鲜生命动人的力量。在量子多体计算的领地，动力学性质的计算，这株幼苗会静默地、决绝地、茁壮地成长，当它在下一个、再下一个的寂静春天里长成参天大树的时候，狂躁的人们又会在哪里呢？

**致谢** 一如既往，笔者感谢合作者，感谢团队在这两篇工作[3, 4]中的辛勤付出。这里有中国科学院物理研究所的博士生孙光宇，博士后马女森、王艳成，研究员方辰，波士顿大学和中科院物理所教授 Anders W. Sandvik(善德伟)，复旦大学副教授戚扬，耶鲁大学助理教授程蒙，加州大学圣地亚哥分校助理教授尤亦庄，圣塔芭芭拉分校教授许岑珂，哈佛大学教授 Ashvin Vishwanath；感谢国家超级计算天津中心孟祥飞博士、赵洋、管晓东工程师等人对我们大规模蒙特卡罗计算所提供的资源、技术方面的有力支持；也感谢中科院物理所宽松的学术环境，保护着科研人员们，让我们可以在混乱嘈杂的背景之下，不随波逐流，遵从内心的方向认真地从事创造。真正的科学发现，离不开这样的环境。

### 参考文献

- [1] 孟子杨. 物理, 2018, 47: 595
- [2] Shao H, Qin Y Q, Capponi S *et al.* Phys. Rev. X, 2017, 7: 041072
- [3] Sun G Y, Wang Y C, Fang C *et al.* Phys. Rev. Lett., 2018, 121: 077201
- [4] Ma N, Sun G Y, You Y Z *et al.* Phys. Rev. B, 2018, 98: 174421, Editors' suggestion
- [5] Wang Y C, Zhang X F, Pollmann F *et al.* Phys. Rev. Lett., 2018, 121: 057202
- [6] Ma Z, Wang J H, Dong Z Y *et al.* Phys. Rev. Lett., 2018, 120: 087201
- [7] 孟子杨. 物理, 2018, 47: 101
- [8] Sandvik A W. Phys. Rev. Lett., 2007, 98: 227202
- [9] Shao H, Guo W A, Sandvik A W. Science, 2016, 352: 213

CIOE  
中国国际光电博览会  
CHINA INTERNATIONAL  
OPTOELECTRONIC  
EXPO

## 第21届 中国国际光电博览会



### 激光技术及智能制造展

Lasers Technology & Intelligent Manufacturing Expo

2019年9月4-7日 深圳会展中心

专注于激光  
精细加工和创新应用

#### 展品范围

激光材料、激光组件及装置、激光器、激光设备、  
激光特种应用、高端智能装备、3D打印/增材制造

同期展会

光通信展  
Optical Communications Expo

精密光光学展  
镜头及摄像模组展  
Precision Optics, Lens & Camera Module Expo

红外技术及应用展  
Infrared Applications Expo

光电子创新展  
Photonics Innovation Expo

光电传感展  
Optoelectronic Sensor Expo

110,000m<sup>2</sup> 展出面积

70,000\*名 专业观众

2,000\*家 参展企业

4,000\*个 参展品牌

(来源: CIOE 中国光电博览会组委会)

了解更多, 请关注

WWW.CIOE.CN



CIOE官方微信